

## Примерные задачи для зачета (I семестр)

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \text{ б) } B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3. \text{ Решить матричное уравнение: } X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее матричным методом; методом Крамера; методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + y - z = 10; \\ -3x + 3y + 2z = 8; \\ 5x + 2y + 8z = -1. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9; \\ 2x + 5y - 3z = 4; \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x + y - z = 10; \\ -3x + 3y + 2z = 8; \\ 5x + 2y + 8z = -1. \end{cases}$$

5. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых  $2x + 5y - 8 = 0$  и  $2x + 3y + 4 = 0$ .

6. Найти уравнения прямых перпендикулярных и параллельных сторонам треугольника  $ABC$ , проходящих через вершины  $A$  и  $B$ , если  $A(-4; 2)$ ,  $B(3; -5)$  и  $C(5; 0)$ .

7. Дан треугольник с вершинами  $A(3; 1)$ ,  $B(-3; -1)$   $C(5; -12)$ . Найти уравнение его медианы, проведенной из вершины  $C$  и вычислить длину этой медианы.

8. Определить вид уравнения, привести его к каноническому виду и построить:

$$\text{а) } y^2 + 4x + 10y + 33 = 0; \quad \text{б) } 16x^2 - 25y^2 + 160x + 150y - 225 = 0.$$

9. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}); & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x+1)}{1-x^2}; & \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+x^2+3x^4}{5x^4+6x+1}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt{1-3x}}{x^2+x}; & \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{tg} 2x \cdot \sin 3x}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x+1) [\ln(x+2) - \ln x]. \end{array}$$

10. Найти производные функций:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = 6x^5 + 2x^{-2} - e + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}; & \text{б) } y = \frac{1+x^2}{x}; & \text{в) } y = \frac{1}{e^x - x}; \\ \text{г) } y = \arccos x - 3^x; & \text{д) } y = \frac{e^x - \ln x^2}{e^x + \ln x^2}. \end{array}$$

11. Найти производные сложных функций:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } y = \cos^3 x \cdot \ln \sqrt[5]{x}; & \text{б) } y = \ln^6(x+5) + \arccos \sqrt{x^3 - 1}; \\ \text{в) } y = 2^{\cos^2 x}; & \text{г) } y = (\operatorname{tg} \sqrt[6]{x+9})^{\cos x^2}. \end{array}$$

20. Вычислить предел, используя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$ .

21. Найти область определения функции двух переменных (дать геометрическое истолкование)  $z = \sqrt{\ln(x+y)}$ .

22. Вычислить все частные производные первого порядка функций:

а)  $z = x \ln^2(3x+2y)$ ;                      б)  $z = \frac{x^2}{y} - \ln y^2 + x^4 y$ ;

в)  $z = e^{xy}(\cos y + x \sin y)$ ;              г)  $z = y \ln x^2 + x\sqrt{y}$ .

23. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z = \arcsin \frac{x}{y^2} + \arccos(1-y)$ .

24. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от неявной функции  $\ln(xy+z) = z^2 - y$ .

25. Вычислить интеграл:

1)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ ; 2)  $\int x \ln x dx$ ; 3)  $\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1} dx$ ; 4)  $\int \frac{dx}{x^4-1}$ ; 5)  $\int \frac{dx}{\cos^3 x}$ ; 6)  $\int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}$ .