

Примерные задачи для зачета

Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения

Найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные).

1. $\sqrt{5+y^2} + y'y\sqrt{1-x^2} = 0$

2. $(1-x)(y'+y) = e^{-x}$

3. $x + xy + yy'(1+x) = 0$

4. $y' + 2xy = 2x^2 e^{-x^2}$

5. $(2x^2 + xy)y' = xy + y^2$

6. $6xdx - 6ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$

Найти общее решение дифференциальных уравнений второго и высших порядков (уравнения, допускающие понижение порядка).

1. $y'' + y'tgx = \sin x \cos x$

2. $x^2 y'' + xy' = 1$

3. $y'' - 2ctgx \cdot y' = \sin^3 x$

4. $y'' x \ln x = y'$

5. $y y'' - (1+y')y' = 0$

6. $y''' = e^{-2x}$

Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

1. $y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x,$
 $y(0) = y'(0) = 0$

2. $y'' - 6y' + 9y = e^{3x},$
 $y(0) = 1; y'(0) = 0$

3. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2,$
 $y(0) = 0; y'(0) = 1$

4. $y'' + 9y = 6e^{3x},$
 $y(0) = y'(0) = 0$

5. $y'' - 3y' + 2y = (3-4x)e^{3x},$
 $y(0) = y'(0) = 0$

6. $y'' - 4y' + 4y = 2(x + \sin x),$
 $y(0) = 0; y'(0) = 1$

Тема: Ряды

Исследовать сходимость числовых рядов.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n (n+1)!}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n^5 - 1)}{n!}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n + 2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n n!}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{5n+1} \right)^{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n 5^{n-1}}$

Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n+1}{n(n+2)}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2}{n^5 + n^2 + 1}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{\sqrt{n^5 + 3n^2 + 2}}$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n^2)}{n^2}$$

55.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n+2}{2n} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}$$

Определить область сходимости ряда (найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на границах интервала).

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n9^n}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{\sqrt[3]{n}}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n}}{4^n}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+1)3^n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(2n^3+3n)4^n}$$

7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}$$

8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)^2 3^n}$$

9.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3(x+2)^{2n+1}}{(n+1)!}$$

Вычислить определенные интегралы с погрешностью не более 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

1.
$$\int_0^1 e^{-x^2} dx \quad 62.$$

2.
$$\int_0^1 \sin x^2 dx$$

3.
$$\int_0^{0.5} \frac{1}{1+x^4} dx$$

4.
$$\int_0^{0.5} \sqrt{1+x^3} dx$$

5.
$$\int_0^{0.5} e^{-x^2/4} dx$$

6.
$$\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx$$

7.
$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^4}} dx$$

8.
$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{8+x^3}} dx$$

9.
$$\int_0^{\sqrt{3}/3} x^3 \operatorname{arctg} x dx$$