

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Тема: Дифференциальное исчисление функции одной переменной

З а д а ч и № 1-10.

Найти производные функций

1. а) $y = \sqrt{2x-3} - \frac{4}{\sqrt{x^3+x^2+1}}$; б) $y = (e^{\sin x} + 1)^2$; в) $y = \ln[\cos(x+1)]^2$; г) $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x$.
2. а) $y = x \cdot \sqrt[3]{1-x}$; б) $y = \frac{5 \cos x}{\sin^2 x}$; в) $y = \operatorname{arctg}(e^{x^2})$; г) $\operatorname{arctg} y - y + x^2 = 0$.
3. а) $y = x \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$; б) $y = \operatorname{tg}^2 2x$; в) $y = \arccos \sqrt{1-x}$; г) $y \cos x = \sin(x+y)$.
4. а) $y = \frac{1+x}{\sqrt{x^2-4x+2}}$; б) $y = x \sin x - \cos x$; в) $y = x^3 \ln x$; г) $\frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.
5. а) $y = \frac{2x}{\sqrt{4-x^2}}$; б) $y = \frac{\cos^2 x}{1+5 \sin^2 x}$; в) $y = \frac{x^2 \ln x}{x+2}$; г) $(e^x + 1)(e^y - 1) + 1 = 0$.
6. а) $y = \frac{1}{\sqrt{x^3+1} + \sqrt[5]{x^2+1}}$; б) $y = 2 \operatorname{ctg}^2(x^2+1)$; в) $y = 2^{\operatorname{arctg}(x^4)}$; г) $y^3 x = \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$.
7. а) $y = \sqrt{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$; б) $y = \operatorname{tg}^2 x + \ln(\sin x)$; в) $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$; г) $x^3 - y^3 + 3xy = 0$.
8. а) $y = 2 \cdot \sqrt[3]{6x^4 - x^3 + \frac{2}{x}}$; б) $y = \ln \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$; в) $y = \arcsin(\operatorname{tg}^2 x)$; г) $x + y - a \cdot \cos y = 0$.
9. а) $y = 7 \cdot \sqrt[5]{x^3 - 2x + \frac{1}{x}}$; б) $y = 3^x \cdot e^{-x^2}$; в) $y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$; г) $\ln(y+1) = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.
10. а) $y = \sqrt{x^3+2x+1} + \sqrt[3]{x^2-3}$; б) $y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$; в) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3+x}{x-2}}$; г) $y + e^y \operatorname{arctg} x = 0$.

З а д а ч и № 11-20.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$; $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций:

11. а) $y = \frac{x}{x^3-1}$; б) $x = \cos \frac{t}{3}$; $y = \sin \frac{t}{2}$.
12. а) $y = \ln \operatorname{tg} 2x$; б) $x = t^2 + 3t$; $y = t^4 + 3t^2$.
13. а) $y = x \ln x$; б) $x = t + \sin t$; $y = t + \cos t$.
14. а) $y = x \arcsin x$; б) $x = e^{3t}$; $y = \sin t$.

$$34. \quad \text{a) } \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[3]{1+\cos^2 x}}; \quad \text{б) } \int \frac{(8x+3)dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}; \quad \text{в) } \int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx.$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^3-x^2-x+1}; \quad \text{д) } \int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}; \quad \text{е) } \int \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

$$35. \quad \text{a) } \int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad \text{б) } \int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{3-2x+x^2}}; \quad \text{в) } \int \frac{\ln x dx}{x^2}.$$

$$\text{г) } \int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx; \quad \text{д) } \int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx; \quad \text{е) } \int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}.$$

$$36. \quad \text{a) } \int \frac{\sin 3x dx}{7-5\cos 3x}; \quad \text{б) } \int \frac{(x+3)dx}{10-6x+x^2}; \quad \text{в) } \int \sqrt{x} \ln x dx.$$

$$\text{г) } \int \frac{(x+2)dx}{x^3-2x^2+2x}; \quad \text{д) } \int \frac{\sqrt{x+3}}{1+\sqrt[3]{x+3}} dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{5+3\cos x}.$$

$$37. \quad \text{a) } \int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}; \quad \text{б) } \int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{2+2x+x^2}}; \quad \text{в) } \int \frac{xdx}{\cos^2 x}.$$

$$\text{г) } \int \frac{2x^2-3x+12}{x^3+x^2-6x} dx; \quad \text{д) } \int \frac{\sqrt[4]{x}+1}{(\sqrt{x}+4)\sqrt{x^3}} dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{3\sin x+4\cos x}.$$

$$38. \quad \text{a) } \int \frac{dx}{(3+\operatorname{tg} x)\cos^2 x}; \quad \text{б) } \int \frac{(x-2)dx}{1+x+x^2}; \quad \text{в) } \int \arcsin x dx.$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^3-2x^2+36x-72}; \quad \text{д) } \int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}+\sqrt[3]{2x+1}}; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{3-5\cos x}.$$

$$39. \quad \text{a) } \int \frac{\ln^2 x dx}{x}; \quad \text{б) } \int \frac{(x+4)dx}{\sqrt{2+x+x^2}}; \quad \text{в) } \int x \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$\text{г) } \int \frac{(x^2-3)dx}{x^3+2x^2-3x}; \quad \text{д) } \int \frac{dx}{\sqrt{x-2}(1+\sqrt[3]{x-2})}; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}.$$

$$40. \quad \text{a) } \int \frac{xdx}{\sqrt[3]{8-5x}}; \quad \text{б) } \int \frac{(2x-3)dx}{\sqrt{2-x-x^2}}; \quad \text{в) } \int \frac{xdx}{\sin^2 x}.$$

г) $\int \frac{x dx}{x^3 - 3x + 2}$; д) $\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt[3]{2x+1}}$; е) $\int \cos 4x \cos 7x dx$.

З а д а ч и № 41 – 50.

Пользуясь формулой Ньютона—Лейбница, вычислить определенный интеграл $\int_a^b f(x) dx$.

41. $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$. 42. $\int_0^3 \ln(x+3) dx$. 43. $\int_0^1 x e^{-2x} dx$. 44. $\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$. 45. $\int_1^3 \frac{dx}{x^3+x}$.

46. $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$. 47. $\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^3 x dx$. 48. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{x+1}$. 49. $\int_0^{0.5} \arcsin x dx$. 50. $\int_0^\pi x^2 \sin x dx$.

З а д а ч и № 51 - 60

51. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$ и $y = 4x$.

52. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{1+x^2}$ и $y = x^2$.

53. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$ и $x + y - 5 = 0$.

54. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 16 - 8x$ и $y^2 = 24x + 48$.

55. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной

линиями и $y^2 = x$ и $y = \frac{1}{2}x$.

56. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной

линиями $y = \sqrt{6x}$; $y = \sqrt{16-x^2}$ и $x = 0$.

57. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной

линиями $y = 2\sqrt{2x}$; $y = \sqrt{9-x^2}$.

58. Найти длину дуги кривой $y = x\sqrt{x}$ от $x = 0$ до $x = 4$.

59. Найти длину дуги кривой $y = \frac{1}{2}x^2$ от $x = 0$ до $x = 1$.

60. Найти длину дуги кривой $2y = e^x + e^{-x}$ от $x = 0$ до $x = 1$.

Задачи № 61 – 70.

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$61. \int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx.$$

$$66. \int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} dx.$$

$$62. \int_1^{+\infty} \frac{x^3}{1+x^4} dx.$$

$$67. \int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{x}{x^2+9} dx.$$

$$63. \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+4x+5} dx.$$

$$68. \int_3^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx.$$

$$64. \int_0^{+\infty} x e^{3x} dx.$$

$$69. \int_0^{+\infty} \frac{1}{10+6x+x^2} dx.$$

$$65. \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx.$$

$$70. \int_2^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx.$$

Тема: Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Задачи № 71-80.

Дана функция $z = f(x; y)$, точка $A(x_0; y_0)$. Найти все частные производные 2-го порядка и вычислить их значения в точке A .

$$71. z = 2x^2 + xy; A(-1;2).$$

$$76. z = \frac{3x}{y^2}; A(3;4).$$

$$72. z = \arctg \frac{y}{x}; A(-1;1).$$

$$77. z = \arctg(xy); A(2;3).$$

$$73. z = x^3y + y^2x; A(1;3).$$

$$78. z = \ln(3x^2 + 2xy^2); A(1;2).$$

$$74. z = \ln(2x+3y); A(2;2).$$

$$79. z = \frac{x+y}{x^2+y^2}; A(1;-2).$$

$$75. z = 5x^2y + 3xy^2; A(1;1).$$

$$80. z = 5x^2 - 2xy + y^2; A(1;1).$$