## Контрольная работа № 1

### *Тема: Линейная алгебра*

З а д а ч и 1 – 10.

Решить систему алгебраических уравнений

1. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1; \\ x + 2y - z = 3; \\ -3x + 2y + 2z = -8. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 11; \\ 2x + y - 2z = -4; \\ -3x + y + 2z = -1. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 2; \\ x + 2y - z = 1; \\ -3x + 2y + 2z = 11. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 4; \\ 2x + y - 2z = 3; \\ -3x + y + 2z = -7. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 10; \\ x + 2y - z = -5; \\ -3x + 2y + 2z = -3. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 8; \\ 2x + y - 2z = 3; \\ -3x + y + 2z = -8. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x + y - z = -5; \\ -2x + 2y + z = -1; \\ x - y + 3z = 11. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x + 2y + z = 3; \\ -2x - 2y + 2z = -3; \\ -x + 2y - z = -1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 3x + y - z = 6; \\ -2x + 2y + z = -2; \\ x - y + 3z = -6. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x + 2y + z = 4; \\ -2x - y + 2z = -9; \\ -x + 2y - z = 2. \end{cases}$

Значение неизвестных $x, y, z$ находить:

а) с помощью определителей по формуле Крамера;

б) с помощью обратной матрицы с предварительной её проверкой;

в) методом Гаусса с приведением расширенной матрицы к ступенчатому виду.

### *Тема: Векторная алгебра и аналитическая геометрия*

З а д а ч и № 11- 20

Даны координаты вершин пирамиды: $A_1\ A_2\ A_3\ A_4$.

Требуется найти:

1) вектор $\overrightarrow{A_1A_2}$ его длину и направление;

2) угол между векторами $\overrightarrow{A_1A_2}$ и $\overrightarrow{A_1A_4}$;

3) уравнение грани $A_1\ A_2\ A_3$;

4) площадь грани $A_1\ A_2\ A_3$;

5) угол между ребром $A_1\ A_4$ и гранью $A_1\ A_2\ A_3$;
6) уравнение прямой $A_1\ A_4$;
7) объем пирамиды.
Сделать чертеж.

11. $A_1$ (3;1;4); $A_2$ (-1;6;1); $A_3$ (-1;1;6); $A_4$ (0;4;-1).

12. $A_1$ (3;3:9); $A_2$ (6;9;1); $A_3$ (1:7:3); $A_4$ (8;5:8).

13. $A_1$ (3;5;4); $A_2$ (5;8;3); $A_3$ (1;9;9); $A_4$ (6;4;8).

14. $A_1$ (2;4;3); $A_2$ (7;6:3); $A_3$ (4;9;3); $A_4$ (3;6:7).

15. $A_1$ (9;5:5); $A_2$ (-3;7;1); $A_3$ (5:7;8); $A_4$ (6;9;2).

16. $A_1$(0:7:1); $A_2$ (4;1:5); $A_3$ (4;6;3); $A_4$ (3;9:8).

17. $A_1$ (5;5:1): $A_2$ (3;8;4); $A_3$ (3;5;10); $A_4$ (5;8:2).

18. $A_1$ (6;1;1); $A_2$ (4;6;6); $A_3$ (4;2;0); $A_4$ (1;2;6).

19. $A_1$ (7;5,3); $A_2$ (9;4;4); $A_3$ (4;5;7); $A_4$ (7;9;6).

20. $A_1$ (6;6:2); $A_2$ (5;4;7); $A_3$ (2:4;7); $A_4$ (7;3;0).

## З а д а ч и № 21-30

21. Дана прямая $x+2y-4=0$ и точка $A(5;7)$. Найти точку пересечения данной прямой и перпендикуляра, опущенного из точки $A$ на данную прямую.

22. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых: $5x-y+10=0$, $4x+2y-6=0$ и параллельной прямой $x+3y=0$.

23. Даны уравнения прямых: $2x+y=3$; $7x-3y=4$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения данных прямых, перпендикулярно прямой $4x-y+3=0$.

24. Составить уравнение диагонали ромба, не проходящей через точку пересечения его сторон $x+y-1=0$ и $y+1=0$, если известна точка пересечения его диагоналей $P(-1;0)$.

25. Даны уравнения двух сторон треугольника: $4x-5y+9=0$ и $x+4y-3=0$. Найти уравнение третьей стороны, если известна точка пересечения высот $\left(\frac{9}{7};\frac{41}{7}\right)$.

26. Даны две вершины треугольника: $A(-5;5)$; $B(3;1)$ и точка пересечения его высот $D(2;5)$. Составить уравнение высоты к стороне $AB$.

27. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $2x-y-4=0$ и $2x-y+10=0$, уравнение одной из его диагоналей $x+y+2=0$.

28. Уравнения двух сторон прямоугольника $x+2y-3=0$ и $2x-y-4=0$, а уравнение одной из диагоналей $x-2=0$. Найти координаты вершин прямоугольника.

29. В равнобедренном треугольнике основание $AB$: $A(2;-2)$; $B(3;-l)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A$ параллельно высоте треугольника к стороне $AB$.

30. Даны уравнения двух высот треугольника: $x+y=4$ и $y=2x$ и одна из его вершин $A(0;2)$. Составить уравнения сторон треугольника, проходящих через точку $A$.

## З а д а ч и 31-40

31. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки $A(2;2)$ и от оси абсцисс.
32. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(3;0)$, чем от оси ординат.
33. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояния до начала координат к расстоянию до прямой $3x+16=0$ равно 0,6.
34. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое ближе к точке $A(1;0)$, чем к точке $B(-2;0)$.
35. Составить уравнение линии, каждая точка которой является центром окружности, касающейся оси абсцисс и проходящей через точку $A$ (0;3).
36. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояния от начала координат и от точки $A$ (0;5) относятся как 3/2.
37. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние от точки $A(0;1)$ вдвое меньше расстояния от прямой $y=4$.
38. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки $A(4;2)$ и от оси ординат.
39. Составить уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки $A(4;0)$ вдвое дальше, чем от прямой $x=1$.
40. Составить уравнение линии, каждая точка которой является основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую, проходящую через точку $A(2;0)$.

## З а д а ч и № 41-50

Привести заданное алгебраическое уравнение второго порядка к каноническому виду (1) или (2), (3), (4).

1) $X^2 = aY$ или $Y^2 = aX$;

2) $\dfrac{X^2}{a^2}+\dfrac{Y^2}{b^2}=1;$

3) $\dfrac{X^2}{a^2}-\dfrac{Y^2}{b^2}=\pm 1;$

4) $X^2+Y^2=a^2$.

В «старой» (исходной) системе координат построить «новую» (каноническую) систему координат и кривую линию, соответствующую уравнению.

41. $x^2+10x+4y+33=0.$
42. $x^2-4x+5y^2-16=0.$
43. $x^2+4y^2-4y-12=0.$
44. $y^2+6x+2y-11=0.$
45. $y^2-5x+6y+4=0.$
46. $x^2-y^2-4y+12=0.$
47. $x^2+6x+5y-6=0.$
48. $2x^2+4x+3y^2-10=0.$
49. $x^2+y^2-8x-2y+1=0.$
50. $x^2-2x-2y^2+4y-5=0.$

## *Тема: Введение в математический анализ*

З а д а ч и № 51-60.

Найти пределы функций (без правила Лопиталя):

51. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-x}{4x-5}$; б) $\lim\limits_{z\to 0}\dfrac{\sqrt{4+z}-\sqrt{4-z}}{5z}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{2x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x-1}\right)^x$.

52. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+3}{5x^3+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{5x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x+1}\right)^x$.

53. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+x^3-2}{x^4-2x^2+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-\cos 2x}}{x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{8x+1}{8x}\right)^{2x}$.

54. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+2x^2-6}{2x^3-x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{4+3x}-2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x}{arctgx}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{x}}$.

55. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+5x-1}{5x^4-2x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty} x[\ln(x+1)-\ln x]$.

56. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+x^2+3x^4}{5x^4+6x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x}-\sqrt{1-3x}}{x^2+x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2 ctg2x}{\sin 3x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(x+1)[\ln(x+2)-\ln x]$.

57. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^5-3x^4+x}{x^5+3x^2+2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-5)[\ln(x-1)-\ln x]$.

58. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2-2x-1}{3x^2+4x+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2\frac{x}{2}}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to 1}(7-6x)^{\frac{x}{3x-3}}$.

59. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{9x^4-3x^2+x}{x^4+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{xtg2x}$; г) $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{\frac{1}{x^2-4}}$.

60. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{11x^5-4x^3+3}{x^5+2x^3-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0} xctg3x$; г) $\lim\limits_{x\to 3}(3x-8)^{\frac{1}{x-3}}$.

З а д а ч и № 61-70.

Исследовать функцию $f(x)$ на непрерывность; найти точки разрыва функции и определить их тип.

1. $y=\begin{cases}\cos x, & x\le \dfrac{\pi}{2},\\ 0, & \dfrac{\pi}{2}<x<\pi,\\ x, & x\ge \pi.\end{cases}$

2. $y=\begin{cases}x+2, & x\le 0,\\ -(x-1)^2, & 0<x<2,\\ x-3, & x\ge 2.\end{cases}$

3. $y=\begin{cases}x^3, & x\le 0,\\ tg\, x, & 0<x\le \dfrac{\pi}{4},\\ 3, & x>\dfrac{\pi}{4}.\end{cases}$

4. $y=\begin{cases}x+3, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x<2,\\ 2x, & x\ge 2.\end{cases}$

5. $y=\begin{cases}-3x^2, & x\le 0,\\ \sqrt{x}, & 0<x<4,\\ 1, & x\ge 4.\end{cases}$

6. $y=\begin{cases}x^2-x, & x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1,\\ 2, & x>1.\end{cases}$

7. $y=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ x^3, & 0\le x\le 1,\\ 2x+1, & x>1.\end{cases}$

8. $y=\begin{cases}2x+5, & x<0,\\ x+1, & 0\le x\le 4,\\ 3+\sqrt{x}, & x>4.\end{cases}$

9. $y=\begin{cases}\cos x, & x\le 0,\\ 1+x^2, & 0<x<2,\\ x, & x\ge 2.\end{cases}$

10. $y=\begin{cases}3x^2-1, & x\le 1,\\ 2x, & 1<x\le 3,\\ x+2, & x>3.\end{cases}$