

Примерные задачи к экзамену (II семестр)

1. В кухне пять лампочек. Каждая может гореть или не гореть. Сколькими способами может быть освещена кухня.
2. Сколько можно сделать различных стандартных автомобильных номеров? Стандартный номер имеет вид: A123BB45 – буква, три цифры, две буквы, две цифры; на каждом месте, предназначено для буквы, может быть любая из 33 букв русского алфавита, на каждом месте, предназначенном для цифры, может быть любая из 10 цифр.
3. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску восемь ладей, так чтобы они не били друг друга? (Ладьи не различимы.)
4. Докажите, что число способов поставить на шахматную доску максимальное число не бьющих друг друга слонов есть квадрат целого числа.
5. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску восемь ладей, так чтобы они не били друг друга? (Все ладьи различны.)
6. Некое современное здание имеет форму куба, стоящего на четырёх мощных колоннах. Имеется 6 красок. Сколькими способами можно покрасить здание в шесть цветов, так что каждая грань покрашена в один цвет и все цвета использованы?
7. Имеется кубик (игральная кость) и шесть красок. Сколькими способами можно покрасить кубик в шесть цветов, так что каждая грань покрашена в один цвет и все цвета использованы? (Два кубика считаются одинаково раскрашенными, если можно так расположить их в пространстве, что одинаково расположенные грани имеют одинаковый цвет.)
8. В самолёте n мест. При посадке первой зашла старушка, которая села на произвольное место. После этого каждый пассажир, входя в самолёт, садился на своё место, если оно было свободно, и на произвольное место, если его место (указанное в билете) было занято. Какова вероятность того, что пассажир, заходящий в самолёт последним, сядет на своё место.
9. Деталь с вероятностью 0,01 имеет дефект A , с вероятностью 0,02 имеет дефект B и с вероятностью 0,005 имеет оба дефекта. Найти вероятность того, что деталь имеет хотя бы один дефект.
10. Из множества чисел 000, 001, ..., 999 равновероятно выбирается число. Какова вероятность того, что это число не содержит цифру 1, если все его цифры различны.
11. Вероятность безотказной работы в течение 1000 часов (надёжность) двигателя автомобиля p_1 , надёжность коробки передач p_2 , надёжность системы управления p_3 . Найти вероятность отказа автомобиля в течение 1000 часов.
12. Для сигнализации о пожаре установлено два сигнализатора, срабатывающие при пожаре с вероятностями p_1 и p_2 . Найти вероятность того, что при пожаре сработает хотя бы один сигнализатор.
13. Вероятность отказов 3-х элементов соответственно p_1 , p_2 , p_3 . Найти вероятности отказа цепи, если элементы соединены а) последовательно, б) параллельно.
14. В ящике находится 7 деталей 1-го сорта и 3 детали 2-го сорта. Вынута одна деталь. Какова вероятность вынуть второй раз деталь 2-го сорта.

15. Три машины производят болты, причем первая машина производит 20% всей продукции, вторая машина – 30% и третья машина – 50%. Доля брака в продукции первой машины 5%, в продукции второй машины 2%, в продукции третьей – 1%. Чему равна вероятность того, что наудачу взятый болт окажется дефектным.

16. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что на первой выпала 1, если известно, что на второй кости выпало число очков больше, чем на первой?

17. Батарея из 3-х орудий произвела залп, цель поражена одним снарядом. Найти вероятность того, что этот снаряд выпущен из первого орудия, если вероятности поражения цели 1-м, вторым и третьим орудием соответственно равны 0,3; 0,4; 0,6.

18. На сборку узлов телевизоров поступают детали от 3-х автоматов. Первый автомат дает 20% всех деталей, второй и третий по 40%, причем первый автомат дает в среднем 1% брака, второй 0,5%, третий 0,8% брака. Какова вероятность выпуска бракованного узла, если деталь взята наугад?

19. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что деталь окажется бракованной равна 0,02. Найти вероятность того, что среди 100 деталей не менее двух бракованных.

20. Вероятность поражения цели при одном выстреле 0,4. Какова вероятность того, что при 6-ти выстрелах будет не менее 4-х попаданий.

21. При печати некоторого журнала вероятность брака 0,002, какова вероятность того, что среди 500 деталей 3 бракованных?

22. Студенты выполняют за два года 15 типовых расчетов по математике, содержащих по 20 задач. Вероятность неверно решить задачу 0,01 с помощью преподавателя и 0,2 самостоятельно.

23. Найти вероятность того, что за 2 года студент самостоятельно решил неверно не более 5-ти задач.

24. Предполагая рождение ребенка в любой день года равновероятным, найти вероятность того, что в группе из 200 человек ровно 3 родились 1 января.

25. Магазин закупил 1000 телевизоров и 1000 магнитол. Вероятность того, что отдельный телевизор окажется бракованным, равна 0,005, а вероятность отказа магнитолы – 0,04. Найти вероятность того, что в этой закупке не менее 4-х телевизоров окажутся бракованными.

26. Дана плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} A \cos 2x, & |x| \leq \frac{\pi}{4}; \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Найти А. Найти вероятность того, что случайная величина X отклоняется от своего математического ожидания не более чем на $\frac{\pi}{6}$.

27. Найти дисперсию показательного распределения, заданного своей плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

28. Найти числовые характеристики СВ и построить многоугольник распределения

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	1/13	1/13	3/13	5/13	2/13	1/13

29. Дана плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} A \sin x, & 0 \leq x \leq \pi; \\ 0, & x < 0, x > \pi. \end{cases}$$

Найти A и дисперсию.

30. Случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-1	0	1	2	3	4
p_i	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1

Найти ряд распределения случайной величины $Y = X^2 - 3X + 2$.

31. Произведено 4 испытания, в каждом из которых событие A ожидается с вероятностью 0,2. построить ряд распределения числа наступления события A и найти математическое ожидание и дисперсию числа наступлений события A .

32. Функция распределения СВ задана формулой

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

Найти плотность распределения и вероятность попадания СВ на интервал $(0, \frac{\pi}{2})$.

33. По данной выборке:

x_i	-2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

- 1) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
- 2) построить полигон частот;
- 3) найти выборочные характеристики;
- 4) оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенной генеральной совокупности;

5) найти доверительный интервал для оценки дисперсии нормального распределения с надежностью 0,99.

34. В результате двух серий измерений некоторой величины $n_1=12$, $n_2=13$ получены следующие значения $\bar{x}=10,75$, $\bar{y}=10,60$. Можно ли с надежностью $\gamma=0,95$ объяснить расхождение случайными причинами, если известно, что дисперсии в обеих сериях измерений одинаковы и равны $\sigma=0,4$.

35. По данным 7 независимых измерений: 41,3; 42,4; 43,6; 39,6; 39,8; 40,1; 43 одной и той же физической величины оценить ее истинное значение с помощью 95%-ного доверительного интервала.