

# Контрольная работа №1

## Линейная алгебра

1–10. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:

1. По формулам Крамера,

2. С помощью обратной матрицы.

$$1. \begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 8x_3 = -7 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 = 7 \end{cases}$$

11–20. Используя элементарные преобразования расширенной матрицы системы, решить систему линейных алгебраических уравнений методом Жордана – Гаусса

$$11. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = -4 \end{cases} \quad 16. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -4 \end{cases} \quad 17. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -6 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -3 \end{cases} \quad 18. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -8 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases} \quad 19. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ -3x_1 - 13x_2 + x_3 - x_4 = 8 \end{cases} \quad 20. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

## Аналитическая геометрия

21–30. Даны вершины  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ , треугольника.

Найти:

- 1) уравнения сторон треугольника,
- 2) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A$ ,
- 3) длину высоты, проведенной из вершины  $A$ ,
- 4) внутренний угол при вершине  $A$ ,
- 5) площадь треугольника,

Сделать чертеж.

- |  |   |
|--|---|
| 21. $A(5, 1)$ , $B(1, -2)$ , $C(-4, 10)$ ;   | 26. $A(6, 0)$ , $B(2, -3)$ , $C(-3, 9)$ ;   |
| 22. $A(14, 10)$ , $B(-2, -2)$ , $C(5, 22)$ ; | 27. $A(15, 9)$ , $B(-1, -3)$ , $C(6, 21)$ ; |
| 23. $A(-13, 3)$ , $B(-1, -2)$ , $C(2, 2)$ ;  | 28. $A(-8, 3)$ , $B(4, -2)$ , $C(7, 2)$ ;   |
| 24. $A(22, -6)$ , $B(-2, 1)$ , $C(-6, -2)$ ; | 29. $A(20, -2)$ , $B(-4, 5)$ , $C(-8, 2)$ ; |
| 25. $A(22, 4)$ , $B(-2, -3)$ , $C(-6, 0)$ ;  | 30. $A(23, 5)$ , $B(-1, -2)$ , $C(-5, 1)$ . |

31–40. Даны вершины  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3, z_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4, z_4)$  пирамиды. Найти:

- 1) длину ребра  $A_1 A_2$ ,
- 2) площадь основания пирамиды (границы  $A_1 A_2 A_3$ ),
- 3) объем пирамиды,
- 4) уравнение плоскости основания пирамиды,
- 5) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$ ,

- |   |
|---|
| 31. $A_1(3, 2, 1)$ , $A_2(2, -1, 8)$ , $A_3(2, -1, 2)$ , $A_4(6, -1, 6)$      |
| 32. $A_1(-1, 3, 2)$ , $A_2(-8, 5, 0)$ , $A_3(-3, 7, -5)$ , $A_4(-4, 1, 3)$    |
| 33. $A_1(2, 0, -1)$ , $A_2(-2, -11, 5)$ , $A_3(1, -4, -1)$ , $A_4(-2, 1, -4)$ |
| 34. $A_1(4, -2, 3)$ , $A_2(10, -3, -2)$ , $A_3(8, -6, 3)$ , $A_4(5, -6, 0)$   |
| 35. $A_1(2, -5, 2)$ , $A_2(-7, 2, 4)$ , $A_3(6, -1, 3)$ , $A_4(0, 1, 5)$      |
| 36. $A_1(0, 1, 1)$ , $A_2(3, 4, 4)$ , $A_3(-3, 9, 3)$ , $A_4(0, 5, 4)$        |
| 37. $A_1(-2, 0, 4)$ , $A_2(3, -3, 7)$ , $A_3(-3, -5, 11)$ , $A_4(-2, -7, 15)$ |
| 38. $A_1(5, -1, 3)$ , $A_2(8, 8, -3)$ , $A_3(2, 0, 2)$ , $A_4(4, 1, 0)$       |
| 39. $A_1(3, 2, -2)$ , $A_2(1, 3, 1)$ , $A_3(6, 2, 0)$ , $A_4(0, 2, 2)$        |
| 40. $A_1(3, -2, 3)$ , $A_2(0, -6, -1)$ , $A_3(5, -9, -8)$ , $A_4(3, -8, -5)$  |

## Введение в анализ

41–50. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

41. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x^2 + 3x}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{6x + 1} - 5}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 4x}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{3x}$ ;
42. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x + 1}{5x^2 + 6x - 2}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x - 10}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 8x}{6x^2}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^{2x+1}$ ;
43. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 6x - 2}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 3x - 10}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8+x} - 3}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x} (\ln(2+x) - \ln 2)$ ;
44. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x - 6}{x^2 + 7x + 10}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+3}}{x^2 - x}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-3)(\ln(2x+1) - \ln(2x))$ ;
45. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 7x - 2}{5x^3 - 3x + 1}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 + 3x + 2}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7-x}}{5x}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(1 + 3 \sin^2 x)^{1 - \cos 2x}}$ ;
46. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + x + 7}{5x^2 - 4}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 3x - 18}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x^2}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{5x} \ln(1 + 3x)$ ;
47. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 3x + 1}{6x^3 + x^2 + x - 2}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 + x - 10}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - 2}{4x} \ln(1 + 5x)$ ;
48. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2}{x^2 + 1}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 7x + 10}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{x+8} - 3}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{1 - \sin^2 5x}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 - \cos x)^{5 \operatorname{tg} x}$ ;
49. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x - 2}{x^3 + 2x + 1}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 + 4x - 5}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - x}{x^2 - 16}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x) \frac{x}{3x - 3}$ ;
50. a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 4x^2 + 3}{x^5 + 3x + 1}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 + 3x^2 + x + 3}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{(2-x)^{1-x}}$ ;

51–60. Найти производные  $\frac{dy}{dx}$

51. a)  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ ; b)  $y = x \cos^2 3x$ ; c)  $y = \arccos x$ ;  
 52. a)  $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ; b)  $y = x \operatorname{tg} x$ ; c)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ;  
 53. a)  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$ ; b)  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ ; c)  $y = \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}$ ;  
 54. a)  $y = \frac{1}{4 - x^2}$ ; b)  $y = \frac{2 \sin x}{1 + \cos x}$ ; c)  $y = e^{-x} \ln x$ ;  
 55. a)  $y = \frac{x^2}{x^2 + a^2}$ ; b)  $y = x \ln^2 x$ ; c)  $y = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$ ;  
 56. a)  $y = \frac{x^2}{x^2 + a^2}$ ; b)  $y = x \ln^2 x$ ; c)  $y = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$ ;  
 57. a)  $y = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$ ; b)  $y = x \sin x^2$ ; c)  $y = \arcsin \sqrt{1 - x^2}$ ;  
 58. a)  $y = \sqrt[4]{(x^2 + 2)^3}$ ; b)  $y = e^{\sin^2 x}$ ; c)  $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ;  
 59. a)  $y = \frac{\sqrt{1 - 4x}}{x^2}$ ; b)  $y = \cos 2x - \sin^2 x$ ; c)  $y = \arccos \sqrt{1 - 2x}$ ;  
 60. a)  $y = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ ; b)  $y = \ln^4 \sin x$ ; c)  $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$ ;

61–70. Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  неявно и параметрически заданных функций

61. a)  $x^2 y - y^2 x + (x - y)^3 = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$   
 62. a)  $y \sin x - \cos y = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$   
 63. a)  $x^3 + xy^2 + y^3 = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$   
 64. a)  $x^2 - 6y + y^3 = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = \cos at \\ y = \sin at \end{cases}$   
 65. a)  $x^4 - 6xy^3 + y^3 = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \cos t \end{cases}$   
 66. a)  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a + \frac{y^2}{4} = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$   
 67. a)  $xe^y + 1 - y = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{t} \right) \end{cases}$   
 68. a)  $x - y + \ln y = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = 2 \cos t - 3t \\ y = 2 \sin t - 5t \end{cases}$   
 69. a)  $y \ln x - x \ln y = 1$ ; b)  $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin^2 t \end{cases}$   
 70. a)  $e^x - xy = 0$ ; b)  $\begin{cases} x = 2t^3 + t \\ y = \ln t \end{cases}$

71–80. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .

71.  $y = x^2 + \frac{16}{x} - 12, \quad [1, 4];$

72.  $y = \frac{1}{2}x + \cos x, \quad [0, \pi];$

73.  $y = 2\sqrt{x} - x, \quad [0, 9];$

74.  $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 12, \quad [-2, -1/2];$

75.  $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}, \quad [-1, 2];$

76.  $y = 4\sqrt{x+2} - x - 3, \quad [-2, 7];$

77.  $y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15, \quad [0, 2];$

78.  $y = x - \sin x, \quad [-\pi, \pi];$

79.  $y = 32x - x^4 - 16, \quad [1, 3];$

80.  $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8. \quad [-4, -1];$

21–30. Найти матрицу перехода от старого базиса  $e_1, e_2, e_3$  к новому  $e'_1, e'_2, e'_3$  и координаты вектора  $x$  в новом базисе, если известно его представление в старом базисе.

$$21. \begin{cases} e'_1 = 2e_1 & +e_2 - e_3 \\ e'_2 = & -2e_2 + 3e_3 \\ e'_3 = e_1 & +e_2 - e_3 \end{cases} \quad x = (4, -1, 3);$$

$$22. \begin{cases} e'_1 = 2e_1 & -e_2 + e_3 \\ e'_2 = 2e_1 & +e_2 + 2e_3 \\ e'_3 = e_1 & e_3 \end{cases} \quad x = (1, -3, -2);$$

$$23. \begin{cases} e'_1 = 3e_1 & -2e_2 + e_3 \\ e'_2 = -e_1 & +2e_2 - e_3 \\ e'_3 = e_1 & -3e_2 + e_3 \end{cases} \quad x = (2, 1, 0);$$

$$24. \begin{cases} e'_1 = -2e_1 & +2e_2 + e_3 \\ e'_2 = e_1 & -e_3 \\ e'_3 = 2e_1 & -e_2 - 2e_3 \end{cases} \quad x = (-3, 4, 1);$$

$$25. \begin{cases} e'_1 = 2e_1 & +3e_2 + 2e_3 \\ e'_2 = & -e_2 - e_3 \\ e'_3 = e_1 & -e_2 - e_3 \end{cases} \quad x = (4, 1, -2);$$

$$26. \begin{cases} e'_1 = e_1 & +2e_2 + e_3 \\ e'_2 = 2e_1 & +2e_2 - e_3 \\ e'_3 = e_1 & +e_2 - e_3 \end{cases} \quad x = (-3, -1, 2);$$

$$27. \begin{cases} e'_1 = 2e_1 & -e_2 + e_3 \\ e'_2 = -e_1 & +e_2 + 2e_3 \\ e'_3 = e_1 & -e_2 - e_3 \end{cases} \quad x = (3, -1, 6);$$

$$28. \begin{cases} e'_1 = 2e_1 & + + e_3 \\ e'_2 = e_1 & -e_1 + e_3 \\ e'_3 = e_1 & +2e_2 - e_3 \end{cases} \quad x = (6, -1, 2);$$

$$29. \begin{cases} e'_1 = -2e_1 & +e_2 - e_3 \\ e'_2 = e_1 & +e_2 + 2e_3 \\ e'_3 = e_1 & -2e_2 - 2e_3 \end{cases} \quad x = (5, -1, 2);$$

$$30. \begin{cases} e'_1 = 3e_1 & -e_2 + 2e_3 \\ e'_2 = e_1 & +3e_1 + 3e_3 \\ e'_3 = -e_1 & -e_3 \end{cases} \quad x = (1, -3, -2);$$

31–40. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора  $\tilde{A}$  (матрицы  $A$ ). Привести матрицу  $A$  к диагональному виду.

$$31. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad 36. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$32. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad 37. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$33. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad 38. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$34. A = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ -8 & -4 \end{pmatrix}, \quad 39. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$35. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad 40. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

## Аналитическая геометрия

41–50. Даны вершины  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ , треугольника.

Найти:

- 1) уравнения сторон треугольника,
- 2) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A$ ,
- 3) длину высоты, проведенной из вершины  $A$ ,
- 4) внутренний угол при вершине  $A$ ,
- 5) площадь треугольника,

Сделать чертеж.

- |  |   |
|--|---|
| 41. $A(5, 1)$ , $B(1, -2)$ , $C(-4, 10)$ ;   | 46. $A(6, 0)$ , $B(2, -3)$ , $C(-3, 9)$ ;   |
| 42. $A(14, 10)$ , $B(-2, -2)$ , $C(5, 22)$ ; | 47. $A(15, 9)$ , $B(-1, -3)$ , $C(6, 21)$ ; |
| 43. $A(-13, 3)$ , $B(-1, -2)$ , $C(2, 2)$ ;  | 48. $A(-8, 3)$ , $B(4, -2)$ , $C(7, 2)$ ;   |
| 44. $A(22, -6)$ , $B(-2, 1)$ , $C(-6, -2)$ ; | 49. $A(20, -2)$ , $B(-4, 5)$ , $C(-8, 2)$ ; |
| 45. $A(22, 4)$ , $B(-2, -3)$ , $C(-6, 0)$ ;  | 50. $A(23, 5)$ , $B(-1, -2)$ , $C(-5, 1)$ . |

51–60. Даны вершины  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3, z_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4, z_4)$  пирамиды. Найти:

- 1) длину ребра  $A_1 A_2$ ,
- 2) площадь основания пирамиды (границы  $A_1 A_2 A_3$ ),
- 3) объем пирамиды,
- 4) уравнение плоскости основания пирамиды,
- 5) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$ ,

- |   |
|---|
| 51. $A_1(3, 2, 1)$ , $A_2(2, -1, 8)$ , $A_3(2, -1, 2)$ , $A_4(6, -1, 6)$      |
| 52. $A_1(-1, 3, 2)$ , $A_2(-8, 5, 0)$ , $A_3(-3, 7, -5)$ , $A_4(-4, 1, 3)$    |
| 53. $A_1(2, 0, -1)$ , $A_2(-2, -11, 5)$ , $A_3(1, -4, -1)$ , $A_4(-2, 1, -4)$ |
| 54. $A_1(4, -2, 3)$ , $A_2(10, -3, -2)$ , $A_3(8, -6, 3)$ , $A_4(5, -6, 0)$   |
| 55. $A_1(2, -5, 2)$ , $A_2(-7, 2, 4)$ , $A_3(6, -1, 3)$ , $A_4(0, 1, 5)$      |
| 56. $A_1(0, 1, 1)$ , $A_2(3, 4, 4)$ , $A_3(-3, 9, 3)$ , $A_4(0, 5, 4)$        |
| 57. $A_1(-2, 0, 4)$ , $A_2(3, -3, 7)$ , $A_3(-3, -5, 11)$ , $A_4(-2, -7, 15)$ |
| 58. $A_1(5, -1, 3)$ , $A_2(8, 8, -3)$ , $A_3(2, 0, 2)$ , $A_4(4, 1, 0)$       |
| 59. $A_1(3, 2, -2)$ , $A_2(1, 3, 1)$ , $A_3(6, 2, 0)$ , $A_4(0, 2, 2)$        |
| 60. $A_1(3, -2, 3)$ , $A_2(0, -6, -1)$ , $A_3(5, -9, -8)$ , $A_4(3, -8, -5)$  |