

Направление: «Строительство»

Вопросы и задачи к экзамену

1 семестр

1. Матрицы: определение, виды. Действия с матрицами: транспонирование, сложение, умножение на число, умножение матриц.
2. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы.
3. Подстановки. Инверсия подстановки. Знак подстановки. Определители. Порядок определителя.
4. Правило Саррюса для вычисления определителей второго и третьего порядка. Теорема о свойствах определителей.
5. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу).
6. Обратная матрица. Теорема о нахождении обратной матрицы через союзную (присоединенную).
7. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основная и расширенная матрицы СЛАУ.
8. Однородные СЛАУ. Совместные СЛАУ. Эквивалентные СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений: матричный метод.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса.
11. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
12. Векторы: основные понятия (коллинеарные, компланарные, равные). Линейные операции над векторами.
13. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекции вектора на ось.
14. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис. Разложение вектора по базису.
15. Прямоугольная декартова система координат. Координаты вектора. Теорема о линейных операциях над векторами в координатах. Направляющие косинусы вектора.
16. Длина вектора, ее свойства. Аналитическое условие коллинеарности векторов.
17. Скалярное произведение векторов, свойства. Теорема о скалярном произведении в координатах.
18. Понятие левой и правой тройки векторов. Векторное произведение векторов, свойства.
19. Теорема о векторном произведении в координатах. Теорема о двойном векторном произведении.
20. Смешанное произведение векторов: геометрический смысл, свойства. Теорема о смешанном произведении в координатах.
21. Виды уравнения прямой: каноническое, в общем виде, проходящей через две данные точки, в отрезках на осях, параметрическое, через угловой коэффициент, через нормальный вектор.
22. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
23. Линии 2-го порядка. Канонические уравнения: окружности, эллипса. Эксцентриситет. Директриса. Уравнение касательной к линии.
24. Линии 2-го порядка. Каноническое уравнение гиперболы. Эксцентриситет. Директриса. Уравнение касательной к линии.
25. Линии 2-го порядка. Каноническое уравнение параболы. Эксцентриситет. Директриса. Уравнение касательной к линии.
26. Полярная система координат. Кривые в полярных координатах. Параметрическое задание линий.

27. Общий вид уравнения плоскости. Теорема о совпадении плоскостей. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Угол между плоскостями.
28. Уравнение прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение плоскости и прямой. Взаимное расположение прямых в пространстве.
29. Поверхности второго порядка: цилиндрические поверхности. Теорема об уравнениях цилиндрических поверхностей. Эллиптический цилиндр. Гиперболический цилиндр. Параболический цилиндр.
30. Поверхности второго порядка: поверхности вращения. Теорема об уравнении поверхности вращения. Эллипсоиды и гиперболоиды.
31. Поверхности второго порядка: поверхности вращения. Теорема об уравнении поверхности вращения. Конусы и параболоиды.
32. Преобразования системы координат. Общее уравнение второго порядка. Приведение общего уравнения второго порядка к параллельно смещенному.
33. Системы координат в пространстве. Поверхности в цилиндрических и сферических координатах.
34. Элементы теории множеств: дополнение множества, объединение, пересечение и разность множеств. Диаграммы Эйлера.
35. Понятие предела числовой последовательности. Функции. Способы задания. Предел функции. Теоремы о пределах (предел суммы, предел произведения, предел частного, переход к пределу в неравенстве).
36. Бесконечно малые и их свойства. Бесконечно большие. Соотношения между бесконечно малыми и бесконечно большими. Сравнение бесконечно малых.
37. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
38. Неопределенность. Типы неопределенностей и способы их раскрытия. Замечательные пределы.
39. Производная. Производные синуса, косинуса, логарифма. Производная степенной и показательной функции.
40. Производная и связь с непрерывностью. Механический смысл производной. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой.
41. Производная обратной функции. Производные арксинуса и арккосинуса.
42. Теорема об арифметических операциях над производными. Производная тангенса, котангенса, арктангенса, арккотангенса.
43. Таблица производных. Теорема о производной сложной функции.
44. Производная неявной функции. Производная функции, заданной параметрически.
45. Применение производных в задачах математического анализа: Правило Лопиталья.
46. Основные теоремы дифференциального исчисления: Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа.
47. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции. Основная форма дифференциала.
48. Таблица дифференциалов. Правила дифференцирования. Теорема о необходимом условии дифференцируемости. Инвариантность основной формы дифференциала.
49. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.
50. Возрастание и убывание функции. Теорема о необходимом и достаточном условии монотонности.
51. Экстремум функции. Теорема о необходимом условии экстремума.
52. Выпуклость и вогнутость. Теорема о достаточном условии выпуклости. Точки перегиба.
53. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функций.
54. Функции нескольких переменных: определение, предел, непрерывность.

55. Частные производные, геометрический смысл. Частные производные высших порядков.
56. Дифференциал функции нескольких переменных. Частный дифференциал. Полный дифференциал и приближенные вычисления.
57. Частные производные сложных функций нескольких переменных. Производные неявных функций нескольких переменных.
58. Экстремум функции двух переменных. Теорема о необходимом условии экстремума. Теорема о достаточном условии экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных.
59. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных (определения, вычисление, свойства).
60. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (определение, уравнения).

Пример экзаменационного билета 1 семестр

Экзаменационный билет № 00. Часть 1

- (1) Перемножьте матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
- (2) Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
- (3) Найдите $\bar{b} = 3\bar{a}_1 + \bar{a}_2$, если $\bar{a}_1 = (4; 1; 3)$, $\bar{a}_2 = (3; 1; 5)$
- (4) Найдите длину вектора $\bar{b} = (4; -2; 4)$
- (5) Проверьте, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора: $\bar{a} = (2; -4; -2)$, $\bar{b} = (3; 5; -7)$.
- (6) Дан треугольник с вершинами $A(-1, 3)$, $B(3, -2)$, $C(5, 3)$. Составьте уравнение стороны АВ.
- (7) Составьте уравнение эллипса, если его полуоси соответственно равны 7 и 6.
- (8) Составьте уравнение окружности, если её центр находится в точке $C(-3, 5)$, а радиус равен 4.
- (9) Укажите, какую поверхность определяет уравнение: $3x^2 + 4y^2 - 6z^2 = 24$.
- (10) Даны множества $A = \{0; 1; 2\}$ и $B = \{3; 4\}$. Найти декартово произведение множеств $A \times B$.
- (11) Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 6x + 8}{2x^3 - 8x^2 + 12}$
- (12) Найдите производную функции: $y = \sqrt[3]{(\cos x)^4}$
- (13) Найдите частные производные первого порядка функции $z = 2x^3 + 3x^2y + 6xy - y^3$ в точке $M(-1, 2)$.

Экзаменационный билет № 00. Часть 2

1. Решение систем линейных алгебраических уравнений: матричный метод.
2. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
3. Запишите уравнение линии $x^2 + y^2 + 4y = 4\sqrt{x^2 + y^2}$ в полярной системе координат.
4. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a} = (2; -3; 1)$, $\bar{b} = (0; 3; 12)$, $\bar{c} = (5; 2; -3)$ как на сторонах.

Критерии и процедура оценивания

К сдаче экзамена допускаются студенты, полностью выполнившие семестровый план работы.

Экзаменационный билет состоит из двух частей: первая часть – практические задания (13 заданий), решение которых является необходимым, но не достаточным условием сдачи экзамена; вторая часть – содержит теоретические вопросы и практические задания (2 теоретических вопроса и 2 задачи), что позволяет определить уровень усвоения материала и определить экзаменационную оценку.

За правильное выполнение задания первой части студент получает 1 балл.

К заданиям второй части билета можно приступить при условии набора не менее 10 баллов.

За правильное выполнение задания второй части студент получает 0–3 балла.

Количество набранных за выполнение заданий второй части баллов определяет оценку за экзамен:

0 – 6 баллов – «неудовлетворительно»;

7 – 8 баллов – «удовлетворительно»;

9 – 10 баллов – «хорошо»;

11 – 12 баллов – «отлично».

При необходимости преподаватель имеет право задавать дополнительные вопросы в рамках учебного материала, изученного в течение семестра.

Оценка **«отлично (5)»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

Оценка **«хорошо (4)»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка **«удовлетворительно (3)»** выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами дисциплины, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка **«неудовлетворительно (2)»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.