Направление: «*Строительство*»

Контрольная работа № 3 (2 курс, 3 семестр)

Тема: «*Теория вероятностей. Математическая статистика*»

Задание 1.

1. Студент знает 45 из 60 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает: а) все три вопроса; б) только два вопроса; в) только один вопрос экзаменационного билета.

2. В коробке 20 электролампочек,5 из которых бракованных. Некто наугад берет лампочку, ввинчивает ее в патрон и включает ток. Если лампочка не горит, то она выбрасывается и испытывается следующая и т.д. Определить вероятность того, что будет выброшено не более четырех лампочек.

3. Три стрелка в одинаковых и независимых условиях произвели по одному выстрелу по одной и той же цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым - 0,8, третьим – 0,7. Найти вероятность того, что: а) только один из стрелков попал в цель: б) только два стрелка попали в цель; в) все три стрелка попали в цель.

4. У четырехмоторного самолета два двигателя установлены на левом крыле и два на правом. Предположим, что в полете любой двигатель может отказать с вероятностью 0,1, причем двигатели отказывают независимо друг от друга. Определить вероятность того, что самолет благополучно закончит полет, если для этого необходимо, чтобы на каждом крыле работало, по крайней мере, по одному мотору.

5. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство, равна 0,9, второе – 0,95, третье – 0,85. Найти вероятность того, что при аварии сработает: а) только одно устройство; б) только два устройства; в) все три устройства.

6. Студент знает 20 вопросов программы по теории вероятностей и мат. статистике из 30. Какова вероятность того, что из трех предложенных ему экзаменатором вопросов он знает: а) один вопрос; б) два вопроса; в) хотя бы один вопрос?

7. По линии связи, имеющей 4 приемно-передающих пункта, передается сообщение. На первом пункте происходит искажение сообщения с вероятностью 0,1. На каждом последующем пункте вероятность искажения возрастает на 0,05. Определить вероятность получения искаженного сигнала на выходе линии.

8. Из урны, содержащей 5 шаров, 5 раз наугад вынимается по одному шару с возвращением каждый раз шара обратно. Какова вероятность того, что: а) в руке перебывают все шары; б) каждый раз вынимается один и тот же шар; в) один из шаров побывает в руке дважды?

9. Известно, что вероятность аварии при запуске ракеты равна 0,1, в том числе вероятность аварии на старте — 0,09. Какова вероятность аварии в случае успешного старта?

10. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи «спринт» равна 0,2. Некто решил покупать билеты до первого выигрыша. Найти вероятность выигрыша данного игрока в лотерею «спринт», если у него хватает денег только на 4 билета.

Задание 2.

1. В городе три шоколадные фабрики. Первая выпускает 45% конфет, причем 15% из них в обертке. Вторая выпускает 35% конфет, из которых 23% в обертке. Третья выпускает 20% конфет, из них 48% в обертке. Какова вероятность, что купленная наугад конфета окажется без обертки?

2. Вероятность того, что 1-я группа из пяти студентов помнит письмо Онегина Татьяне, равна 0,85; для 2-й группы из 10 студентов эта вероятность составляет 0,5; для 3-й группы из 24 – 0,2. Наудачу выбранный студент получил за этот отрывок «отлично». Найти вероятность того, что отвечал студент из 2-й группы.

3. Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8, для второго — 0,6. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что в мишень попал первый стрелок.

4. Некая дама устраивается на работу на неполный рабочий день. Вероятность того, что ее примут на первую работу, равна 0,35, на вторую — 0,2, на третью — 0,45. Вероятность того, что ее уволят в течение года с первой работы, равна 0,05., со второй — 0,1, с третьей — 0,2. На какой работе вероятнее всего она будет работать через год?

5. Известно, что примерно 30% классных спортсменов принимают перед соревнованиями допинг. Анализ тренировок данного спортсмена показывает, что в среднем без допинга он в 6 попытках из 9 поднимает рекордный вес, а после допинга — в 8 из 10. На соревнованиях рекордный вес был взят. Определить вероятность того, что спортсмен принял допинг.

6. В магазине продается 0,5 % тортов фирмы «Эстье», 0,3 % – фирмы «Дудник» и 0,2 % фирмы «Неаполь». Вероятность того, что торт фирмы «Эстье» окажется несвежим, равна 0,2; для тортов, изготовленных фирмами «Дудник» и «Неаполь», эти вероятности соответственно равны 0,3 и 0,1. Найти вероятность того, что купленный в этом магазине торт окажется свежим.

7. В озере 50% карпов, 40% язей и 10% сомов. Среди карпов половина больше 1 кг, среди язей 90% больше 1 кг, а сомы все больше 1 кг. Известно, что рыбак поймал одну рыбу меньше 1 кг. Какова вероятность, что он поймал карпа?

8. На складе имеется два мешка муки. Грузчик принес еще один мешок муки 1 сорта. Найти вероятность того, что взятый мешок окажется мешком муки 1-го сорта, если равновозможны любые предположения о первоначальном сорте муки.

9. Для обследования раковых заболеваний разработан диагностический тест. Если пациент болен раком, то тест дает положительную реакцию в среднем в 96% всех случаев, а если пациент не болен раком, то тест дает положительную реакцию в среднем в 8% всех случаев. Предположим, что тест применяется к группе пациентов, относительно которых известно, что они больны раком с вероятностью 0,2. Какова вероятность того, что пациент болен раком, если тест дал положительный результат?

10. Перед Новым годом четыре ребенка написали письмо Деду Морозу. Вероятности исполнения их желаний равны 0,95; 0,7; 0,53 и 0,03. Найти вероятность исполнения одного из наудачу прочитанных писем.

Задание 3.

1. Вероятность попадания в цель равна 0,25. Производится 8 выстрелов. Найти вероятность того, что будет:

а) не менее семи попаданий;

б) не менее одного попадания.

2. Играют два шахматиста одинаковой квалификации. Что вероятнее – выиграть у противника:

а) 3 партии из четырех или пять партий из восьми?

б) не менее трех партий из четырех или не менее пяти партий из восьми?

3. Дворцовый чеканщик кладет в ящик вместимостью в 1000 монет 5 фальшивых. Король, подозревая чеканщика, подвергает монеты проверке. Из ящика для проверки он выбирает наугад 10 монет. Король принимает решение, что если хотя бы четыре монеты окажутся фальшивыми, чеканщик будет казнен. Каков шанс чеканщику выжить?

4. Вероятность попадания в цель равна 0,35. Производится 10 выстрелов. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность этого числа попаданий.

5. Батарея 14 раз выстрелила по военному объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти:

а) наивероятнейшее число попаданий и его вероятность;

б) вероятность разрушения объекта, если для его разрушения требуется не менее четырех попаданий.

6. Вероятность получения по лотерее выигрышного билета равна 0,1. Какова вероятность того, что среди 500 купленных билетов не менее 48 и не более 55 выигрышных?

7. В семье 10 детей. Считая одинаково вероятным рождение мальчика или девочки, найти вероятность того, что:

а) в семье поровну мальчиков и девочек;

б) число мальчиков – от трех до восьми.

8. На факультете 730 студентов. Вероятность рождения каждого студента в данный день равна 1/365. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 января, и вероятность того, что найдутся 3 студента с одним и тем же днем рождения.

9. Не утруждая себя работой, секретарша рассылает 1000 писем по случайным адресам. Какова вероятность того, что хотя бы одно письмо попадет по своему адресу?

10. Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 1600 испытаниях событие наступит 1200 раз.

Задание 4.

Случайная величина *X* задана функцией распределения *F(x)*. Найдите плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию случайной величины. Постройте графики функций *F(x)* и $f(x)$.

1. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ x^2, & 0<x\le 1;\\ 1, & x>1.\end{cases}$

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1;\\ (x^2-x)/2, & 1<x\le 2;\\ 1, & x>2.\end{cases}$

3. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ x^3, & 0<x\le 1;\\ 1, & x>1.\end{cases}$ 4. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ 3x^2+2x, & 0<x\le 1/3;\\ 1, & x>1/3.\end{cases}$

5. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2;\\ x/2-1, & 2<x\le 4;\\ 1, & x>4.\end{cases}$ 6. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ x^2/9, & 0<x\le 3;\\ 1, & x>3.\end{cases}$

7. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ x^2/4, & 0<x\le 2;\\ 1, & x>2.\end{cases}$ 8. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\pi/2;\\ \cos x, & -\pi/2<x\le 0;\\ 1, & x>0.\end{cases}$

9. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ 2\sin x, & 0<x\le \pi/6;\\ 1, & x>\pi/6.\end{cases}$ 10. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 3\pi/4;\\ 2\cos x, & 3\pi/4<x\le \pi;\\ 1, & x>\pi.\end{cases}$

Задание 5.

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины. Найдите вероятность попадания этой величины в заданный интервал $(\alpha;\beta)$.

1. $a=10,\ \sigma=4,\ \alpha=2,\ \beta=13.$

2. $a=9,\ \sigma=5,\ \alpha=5,\ \beta=14.$

3. $a=8,\ \sigma=1,\ \alpha=4,\ \beta=9.$

4. $a=7,\ \sigma=2,\ \alpha=3,\ \beta=10.$

5. $a=6,\ \sigma=3,\ \alpha=2,\ \beta=11.$

6. $a=5,\ \sigma=1,\ \alpha=1,\ \beta=12.$

7. $a=4,\ \sigma=5,\ \alpha=2,\ \beta=11.$

8. $a=3,\ \sigma=2,\ \alpha=3,\ \beta=10.$

9. $a=2,\ \sigma=5,\ \alpha=4,\ \beta=9.$

10. $a=2,\ \sigma=4,\ \alpha=6,\ \beta=10.$

Задание 6.

Математические ожидания и дисперсии статистически независимых величин X и Y равны m_x, D_x и m_y, D_y. Вычислите математическое ожидание и дисперсию функции $Z = 2XY - 9$.

1. $m_x = 5,\ D_x = 2;\ m_y = 1,\ D_y = 5$

2. $m_x = 3,\ D_x = 4;\ m_y = 2,\ D_y = 6$

6. $m_x = 1,\ D_x = 8;\ m_y = -1,\ D_y = 3$

7. $m_x = 9,\ D_x = 5;\ m_y = -1,\ D_y = 6$

3. $m_x = -2$, $D_x = 3$; $m_y = 7$, $D_y = 8$ **8.** $m_x = 4$, $D_x = 4$; $m_y = 3$, $D_y = 9$

4. $m_x = -5$, $D_x = 5$; $m_y = 3$, $D_y = 4$ **9.** $m_x = -3$, $D_x = 8$; $m_y = 6$, $D_y = 12$

5. $m_x = -2$, $D_x = 9$; $m_y = 1$, $D_y = 4$ **10.** $m_x = 8$, $D_x = 3$; $m_y = 3$, $D_y = 7$

Задание 7.

Дисперсия случайной величины X равна σ^2. Оцените вероятность того, что случайная величина отклонится от своего математического ожидания не более чем на величину ε.

1. $\sigma^2 = 1{,}5$; $\varepsilon = 2$ **6.** $\sigma^2 = 1{,}2$; $\varepsilon = 1{,}8$

2. $\sigma^2 = 1{,}4$; $\varepsilon = 2$ **7.** $\sigma^2 = 1{,}3$; $\varepsilon = 2{,}2$

3. $\sigma^2 = 1{,}1$; $\varepsilon = 1{,}5$ **8.** $\sigma^2 = 2{,}5$; $\varepsilon = 3$

4. $\sigma^2 = 1{,}2$; $\varepsilon = 1{,}8$ **9.** $\sigma^2 = 1{,}8$; $\varepsilon = 2{,}4$

5. $\sigma^2 = 1$; $\varepsilon = 1{,}8$ **10.** $\sigma^2 = 1{,}6$; $\varepsilon = 3$

Задание 8. По данной выборке случайной величины:

а) постройте гистограмму и график эмпирической функции распределения;

б) вычислите все основные эмпирические характеристики:
выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, размах выборки, асимметрию и эксцесс.

в) проверьте по критерию χ^2-Пирсона гипотезу о нормальности распределения выборки с доверительной вероятностью 0, 95.

1.

2,12	2,41	2,68	3,90	2,53	3,06	3,65	2,42	1,13	1,26
1,81	1,01	1,95	3,23	3,15	2,82	2,58	1,45	3,81	2,99
3,25	3,98	2,83	2,59	3,66	2,60	3,02	3,84	3,75	2,94
1,21	1,42	1,61	3,92	3,59	2,45	3,14	3,14	3,02	3,89
2,03	3,91	3,48	3,87	3,35	3,15	2,94	1,26	2,71	3,38

2.

1,83	1,83	1,27	1,89	1,12	1,78	1,75	1,76	1,31	1,34
1,98	1,09	1,58	1,30	1,91	1,39	1,37	1,35	1,05	1,60
1,27	1,09	1,48	1,40	1,12	1,29	1,75	1,14	1,07	1,93
1,68	1,72	1,55	1,68	1,84	1,38	1,25	1,46	1,20	1,97
1,57	1,48	1,36	1,52	1,22	1,84	1,31	1,98	1,87	1,50

3.

1,15	-0,56	-1,35	0,18	-1,06	-0,15	-1,13	-0,22	0,11	0,75
-1,31	1,08	-0,47	1,09	0,17	-0,12	0,02	-0,18	-0,02	1,01
-0,73	0,23	0,19	0,77	1,19	-0,78	0,10	1,26	-0,68	-0,57
2,57	-0,57	-2,43	0,31	-0,24	-1,96	-0,35	1,05	-1,01	-0,74
0,54	0,47	-0,38	-0,85	-0,44	-0,18	0,42	-0,39	0,46	0,01

4.

2,30	-0,88	0,06	0,92	2,07	1,61	2,77	1,26	1,99	1,23
0,42	2,43	0,45	2,89	1,24	2,60	1,24	0,47	2,05	-0,99
2,06	-0,25	1,90	-0,22	2,33	2,05	1,32	0,46	-0,11	1,21
-0,24	2,89	1,57	-0,35	1,04	-0,88	-0,66	-0,19	-0,07	1,99
2,11	1,33	-0,79	2,72	2,06	-0,34	1,86	-0,16	1,76	2,56

5.

2,39	2,53	2,86	2,57	2,06	2,81	2,30	0,98	1,39	1,55
2,62	2,00	1,90	2,63	2,17	1,70	2,08	1,92	1,76	1,61
2,35	2,51	3,41	1,78	1,93	1,95	2,23	2,60	1,87	2,15
1,58	2,37	1,34	2,27	2,84	1,61	1,42	2,61	1,74	1,79
1,43	3,24	2,98	2,22	2,49	2,09	2,64	1,07	1,91	2,20

6.

3,77	2,91	2,39	2,73	2,38	2,92	3,84	2,55	3,99	2,02
3,73	3,48	3,90	3,43	2,96	3,78	3,71	3,46	2,66	3,97
3,90	2,12	3,75	3,16	3,74	3,66	2,92	3,07	3,14	3,51
3,92	3,14	2,00	2,15	3,95	2,64	2,71	3,24	3,08	2,35
2,33	3,70	3,46	2,65	3,13	3,84	3,18	3,66	2,95	2,55

7.

0,63	2,86	1,19	-0,51	-0,10	0,25	1,56	0,24	3,73	-0,46
0,34	-0,47	0,82	1,28	2,03	2,46	1,57	2,87	-0,14	2,68
0,79	1,16	1,26	0,59	-0,44	2,38	1,76	-0,81	0,97	2,44
0,27	1,54	1,19	2,25	0,83	0,68	2,83	0,62	2,08	-0,10
0,55	1,90	0,03	2,06	0,49	0,33	0,54	0,75	-1,10	1,24

8.

3,63	4,51	3,21	2,64	4,45	4,84	2,71	4,15	3,40	3,87
2,02	2,97	3,96	3,72	3,18	2,37	2,07	3,38	2,09	2,99
3,75	4,89	3,67	4,03	2,79	4,40	4,83	3,63	2,27	3,21
2,81	3,57	2,46	3,02	4,63	2,32	3,86	4,21	4,28	3,50
4,50	4,28	4,15	3,64	4,14	4,22	2,89	2,14	2,81	2,52

9.

3,68	2,20	2,27	3,46	2,84	3,76	3,16	2,70	2,79	4,27
3,25	2,88	3,67	1,67	3,00	2,35	3,56	2,27	2,71	3,41
2,97	3,47	2,04	3,15	2,18	2,16	3,39	1,66	2,36	2,92
3,27	3,09	4,46	2,39	3,05	2,51	3,02	2,98	3,13	2,35
2,34	2,58	3,10	2,89	1,54	3,20	2,54	3,63	3,75	1,93

10.

1,12	2,54	2,46	2,71	0,95	2,67	1,90	1,71	1,20	1,27
1,74	1,64	1,26	2,71	1,32	0,96	2,20	2,08	1,47	1,28
2,44	2,37	1,75	1,59	1,35	0,86	1,26	1,86	1,24	1,78
1,33	1,95	1,99	2,21	1,94	1,34	2,01	1,31	1,27	0,81
2,63	0,96	1,47	2,57	2,45	2,54	2,77	2,61	2,35	1,55

Задание 9. **С**читая, что две первые строки таблицы задания 8 и следующие три строки являются двумя независимыми выборками из нормального распределения, проверьте при уровне значимости 0,05 гипотезы о равенстве математических ожиданий (критерий Стьюдента) и о равенстве дисперсий (критерий Фишера).

Задание 10. При изучении зависимости между величиной Y и величиной X было получено 15 пар соответствующих значений этих величин. Аппроксимируйте статистическую зависимость величины Y от X линейной функцией $y = ax + b$. Вычислите остаточную дисперсию и коэффициент детерминации.

1. X: –1,0 –0,8 –0,6 –0,4 –0,2 0,0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
Y: –2,1 –2,9 –3,5 –4,1 –4,2 –3,9 –3,7 –3,2 –1,3 0,2 1,5 3,4 5,3 5,7 7,5

2. X: –1,0 –0,8 –0,6 –0,4 –0,2 0,0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
Y: –1,2 –1,8 –2,7 –3,4 –3,6 –2,9 –2,4 –2,1 –0,4 1,1 2,8 4,6 6,5 6,4 8,3

3. X: –1,0 –0,8 –0,6 –0,4 –0,2 0,0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
Y: –0,1 –0,7 –1,4 –2,2 –2,3 –1,8 –1,6 –1,3 1,3 2,4 3,6 5,1 7,4 7,6 9,4

4. *X*: –1,0 –0,8 –0,6 –0,4 –0,2 0,0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
Y: –0,6 –1,5 –2,0 –2,7 –2,8 –2,4 –2,2 –1,7 0,2 1,7 3,1 4,8 6,8 7,4 9,1

5. *X*: –1,0 –0,8 –0,6 –0,4 –0,2 0,0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
Y: –0,1 –0,5 –1,1 –1,6 –1,9 –1,3 –1,2 –0,8 1,3 2,6 4,2 5,7 7,7 8,4 9,9

6. *X*: –0,5 –0,3 –0,1 0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3
Y: –0,1 –0,2 –0,8 –1,2 –1,4 –1,5 –1,3 –1,1 –0,7 –0,2 0,4 1,4 2,4 3,6 5,1

7. *X*: –0,5 –0,3 –0,1 0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3
Y: 0,9 0,7 0,2 –0,2 –0,5 –0,6 –0,4 –0,2 0,3 0,7 1,5 2,3 3,5 4,7 6,2

8. *X*: –0,5 –0,3 –0,1 0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3
Y: 1,8 1,7 1,1 0,7 0,5 0,4 0,6 0,9 1,4 1,8 2,4 3,4 4,6 5,8 7,1

9. *X*: –0,5 –0,3 –0,1 0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3
Y: 1,4 1,3 0,7 0,3 0,1 0,1 0,2 0,4 0,8 1,3 1,9 2,9 3,8 5,1 6,6

10. *X*: –0,5 –0,3 –0,1 0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3
Y: 2,3 2,2 1,8 1,2 1,1 1,2 1,3 1,5 1,7 2,4 3,0 4,1 4,9 6,3 7,8

Контрольная работа должна содержать краткое описание использованных методов, результаты расчетов и выводы. Текст может быть рукописным или печатным.