

Контрольная работа №2
Дифференциальное и интегральное исчисление функций
Вариант 1

Задание 1. Построить графики функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = (x - 1)^3(x + 1)^2$

2. $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривой

$(y - 1)^2 = 1 + x$ и прямой $y = 0$.

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = x^2 + y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом

Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' - 6y' + 25y = 5e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = 3e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\sqrt{5}$; б) $\int_0^{0,2} \sin(x^2) dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y \text{ в круге } x^2 + y^2 \leq 25.$$

Вариант 2

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = (x-1)^3(x+1)$

2. $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

Задание 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x^2 - y^2 = 1$, и $x = 2$

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_{-\infty}^0 x^3 e^{2x^2} dx$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = 2x^2 + y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' - 6y' + 25y = xe^{3x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = 2e^{3x}$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\sqrt{10}$; б) $\int_0^{0,2} \cos(x^2) dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 3

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = (x - 1)^2 e^{-x}$

2. $y = \frac{2x^2 + 1}{3x}$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданной кривой, осью Ox и заданными вертикальными прямыми:

$y = (x - 1)^3; x = 0,5; x = 2;$

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} x^5 e^{-x^2} dx$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = 3x^2 + y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом

Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' - 6y' + 25y = 1, y(0) = 1, y'(0) = 2$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = (x+1)e^{4x}, y(0) = 1, y(2) = 3$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\sqrt[3]{9}$; б) $\int_0^{0,2} e^{-x^2} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 4

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = \frac{x}{1 + 2x^2}$

2. $y = x + \sqrt[3]{x^2}$

Задание 2 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданной кривой, осью Ox и заданными вертикальными прямыми: $y = \ln x; x = 0,5; x = 2$;

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} x^5 e^{-5x^2} dx$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = 4x^2 + y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' - 6y' + 25y = 2 \cos x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = x^2 e^{-5x}$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не превышающей 0,001: а) $\sqrt[3]{28}$; б) $\int_0^{0,2} e^{-2x^2} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 5

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = x - \sqrt{x^2 - x + 1}$

2. $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданной кривой, осью Ox и заданными вертикальными прямыми

$y = (x-1)(x-2)(x-3)$; $x = 0$; $x = 4$;

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x^2} dx$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = 5x^2 + y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' - 6y' + 25y = e^{3x} \sin 4x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = x^3 - 3x + 1$, $y(0) = 2$, $y(1) = 3$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\sin 0,5$; б) $\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 6

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = \frac{x^2}{1+x^2}$

2. $y = \ln(11x - x^2 - 24)$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданной кривой, осью Ox и заданными вертикальными прямыми: $y = \sin^2 x; x = \frac{\pi}{2}; x = 5\pi$

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = x^2 + 2y^2, y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' + 25y = \sin 3x, y(0) = 1, y'(0) = 2$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = 5, y(0) = 1, y(1) = 0$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\sin 0,4$; б) $\int_0^{0,2} \sqrt{x^3 + 1} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 7

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = \frac{\ln x}{x}$

2. $y = 3^{\frac{1}{x+5}}$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной двумя заданными кривыми: $y = x^2; y = 3x + 10$;

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{2^x}$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = x^2 + 3y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' + 25y = \sin 5x, y(0) = 1, y'(0) = 3$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = \sin 2x, y(0) = 1, y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\cos 0,4$; б) $\int_0^{0,2} \sqrt{x^4 + 1} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 8

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = \arcsin \sqrt{x}$

2. $y = 5^{\frac{x+5}{x-1}}$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной двумя

заданными кривыми: $y = x^2 \sqrt{2}; y = \sqrt{1-x^2}$;

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{(x+1)dx}{3^x}$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = x^2 + 4y^2$, $y(1)=1$ на отрезке $[1, 2]$ методом

Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' + 25y = \sin 3x + x \cos 3x, y(0) = y'(0) = 1$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = e^x \cos 2x, y(0) = 1, y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\cos 0,5$; б) $\int_0^{0,2} \sqrt{x^5 + 1} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{5}x + \frac{1}{2}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 9

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;

- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

$$1. y = \frac{x^2 + 2}{1 + x^2}$$

$$2. y = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}}$$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной двумя заданными кривыми: $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$;

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{(x+2)dx}{4^x}$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = x^2 + 5y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' + 25y = \sin 5x + x \cos 5x$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$;

б) Решить краевую задачу: $y'' + 2y' - 15y = xe^{3x} \sin x$, $y(0) = 0$, $y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\frac{1}{\sqrt{e}}$; б) $\int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

Вариант 10

Задание 1. Построить графики заданных функций. Для этого:

- найти область определения функции;
- вычислить односторонние пределы на концах интервалов, входящих в область определения;
- найти точки пересечения графика с осями координат;
- найти экстремумы функции и промежутки возрастания и убывания;
- найти точки перегиба функции и промежутки выпуклости;
- найти асимптоты графика функции;

Построение графика функции лучше начать с асимптот (при их наличии), затем отметить в области определения функции абсциссы экстремумов и перегибов (при их наличии) и строить график отдельно на каждом из полученных интервалов.

1. $y = (x + 1)^5(x - 1)$

2. $y = \sqrt{\frac{x^3}{x - 2}}$

Задание 2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной двумя

заданными кривыми: $y = x^3$; $y = x$;

Задание 3. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{(x + 3)dx}{5^x}$

Задание 4. Решить задачу Коши $y' = 2x^2 + 3y^2$, $y(1) = 1$ на отрезке $[1, 2]$ методом

Эйлера, разбивая заданный интервал на 10 частей. Найти приближенное

значение задачи Коши в точке $x = 2$.

Задание 5. а) Решить задачу Коши: $y'' + 4y = \sin 2x + x + 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;

б) Решить краевую задачу: $y'' - 6y' + 9y = 3e^{2x}$, $y(0) = 0$, $y(1) = 2$

Задание 6. Вычислить с помощью ряда Тейлора с погрешностью, не

превышающей 0,001: а) $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$; б) $\int_0^{0,2} \frac{\sin 2x}{x} dx$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 - xy + y^2 - \frac{1}{7}x + \frac{1}{2}y \text{ в круге } x^2 + y^2 \leq 25.$$