

Контрольная работа №2

Тема: «Интегральное исчисление. Обыкновенные дифференциальные уравнения»

1–10. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

- | | | |
|---|--|---|
| 1. а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{5-2\cos x}}$; | б) $\int \frac{(3x-1)dx}{x^2-6x+10}$; | в) $\int x^3 \ln x dx$. |
| 2. а) $\int \frac{xdx}{\sqrt{2-x^2}}$; | б) $\int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$; | в) $\int x \cos 5x dx$. |
| 3. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$; | б) $\int \frac{(x+1)dx}{4x^2-12x+13}$; | в) $\int x^3 \operatorname{arctg} x dx$. |
| 4. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[3]{1+\cos^2 x}}$; | б) $\int \frac{(8x+3)dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$; | в) $\int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx$. |
| 5. а) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$; | б) $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2-2x+3}}$; | в) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$. |
| 6. а) $\int \frac{\sin 3x dx}{7-5\cos 3x}$; | б) $\int \frac{(x+3)dx}{x^2-6x+10}$; | в) $\int \sqrt{x} \ln x dx$. |
| 7. а) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$; | б) $\int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$; | в) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$. |
| 8. а) $\int \frac{dx}{(3+\operatorname{tg} x)\cos^2 x}$; | б) $\int \frac{(x-2)dx}{x^2+x+1}$; | в) $\int \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) dx$. |
| 9. а) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$; | б) $\int \frac{(x+4)dx}{\sqrt{x^2+x+2}}$; | в) $\int x^2 \ln x dx$. |
| 10. а) $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{2-5x}}$; | б) $\int \frac{(2x-8)dx}{\sqrt{2-x-x^2}}$; | в) $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx$. |

11–20. Решить задачу.

11. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$ и $y = 4x$.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{1+x^2}$ и $y = x^2$.
13. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$ и $x + y - 5 = 0$.
14. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 16 - 8x$ и $y^2 = 24x + 48$.
15. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x$ и $y = \frac{1}{2}x$.

16. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{6x}$, $y = \sqrt{16 - x^2}$ и $x = 0$.

17. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линией $x^2 + (y - 5)^2 = 9$.

18. Найти длину дуги линии $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ от $x = 3$ до $x = 8$.

19. Найти длину дуги линии $y = \frac{1}{2}x^2$ от $x = 0$ до $x = 1$.

20. Найти длину дуги линии $2y = e^x + e^{-x}$ от $x = 0$ до $x = 1$.

21–30. Найти решение дифференциального уравнения.

21. а) $(x^2 - y^2)y' = 2xy$; б) $(1 - x^2)y'' = xy'$;

в) $y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

22. а) $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$; б) $2yy'' + (y')^2 + (y')^4 = 0$;

в) $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$, $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{1}{27}$.

23. а) $xy' = y \ln\left(\frac{x}{y}\right)$; б) $y'' + y'\operatorname{tg}x = \sin 2x$;

в) $y'' + 4y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

24. а) $xy' + y = 3$; б) $y'' + \frac{1}{x}y' = x^2$;

в) $y'' - 2y' + 5y = xe^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

25. а) $xy' + xe^{\frac{y}{x}} - y = 0$; б) $1 + (y')^2 + yy'' = 0$;

в) $y'' + 5y' + 6y = 12\cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

26. а) $y' \cos x = (y + 1)\sin x$; б) $(1 + y)y'' - 5(y')^2 = 0$;

в) $y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

27. а) $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$; б) $xy'' + 2y' = x^3$;

в) $y'' - 4y' + 13y = 26x + 5$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

28. а) $x^2y' - 2xy = 3$; б) $y''\operatorname{tgy} = 2(y')^2$;

в) $y'' - 4y' = 6x^2 + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$.

29. а) $x^2y' + y^2 - 2xy = 0$; б) $y'' - 2y'\operatorname{tg}x = \sin x$;

в) $y'' - 2y' + y = 16e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

30. а) $xy' + y = x + 1$; б) $3yy'' + (y')^2 = 0$;

в) $y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$.

Тема: «Теория вероятностей и основы математической статистики»

31–40. Решить задачу.

31. В данный район изделия поставляются тремя фирмами в отношении 3:4:6. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 95%, второй – 80%, третьей – 75%. Найти вероятность того, что приобретенное изделие окажется нестандартным?
32. В первой коробке 20 радиоламп, из них стандартных 18; во второй 10, из них 9 стандартных. Из второй коробки переложили в первую одну наугад взятую лампу. Определить вероятность того, что затем наугад взятая лампа из первой коробки, является стандартной.
33. Вероятность того, что деталь попадает первому контролеру, равна 0,6, а второму – 0,4. Вероятность того, что деталь признает стандартной первый контролер, равна 0,94, второй – 0,98. Найти вероятность того, что стандартную деталь проверил первый контролер.
34. Изделия были произведены с использованием двух технологических линий. На первой линии было произведено 2 изделия, на второй линии – 3 изделия. Вероятность того, что изделие будет отличного качества при производстве на первой линии равна 0,75, на второй – 0,7. Какова вероятность того, что случайно выбранной изделие будет отличного качества?
35. На складе имеется 28 комплектующих изделий от двух компаний поставщиков, из них 20 изделий от первой компании. Известно, что с вероятностью 0,7 среди поставок первой компании встречаются изделия, выполненные по новейшей технологии. Среди изделий второй компании такие встречаются с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что случайным образом выбранное изделие выполнено по новейшей технологии?
36. Имеются две группы студентов, состоящие из 20 и 25 человек. Свободно владеют английским языком 12 студентов из первой группы и 15 из второй группы. Какова вероятность того, что случайным образом выбранный из двух групп студент свободно владеет английским языком?
37. На склад поступили электроутюги, 80% с первого завода и 20% со второго. Среди продукции первого завода 90% выдерживают трехлетний гарантийный срок, со второго завода – 95%. Какова вероятность того, что взятый наугад со склада утюг выдержит трехлетний гарантийный срок? Какова вероятность того, что утюг с первого завода?
38. На сборку поступают однотипные изделия из двух цехов. Вероятности брака в каждом из них соответственно равны 0,04 и 0,03. Первый цех поставляет 30 изделий, второй 70. На сборку поступило бракованное изделие. Какова вероятность, что оно из второго цеха?
39. В данный район изделия поставляются двумя фирмами в отношении 2:3. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 75%. Приобретенное изделие оказалось нестандартным. Какова вероятность того, что оно изготовлено второй фирмой?

40. В магазин бытовой техники поступила партия холодильников трех торговых марок: «Дед Мороз», «Снегурочка» и «Северный олень». В поступившей партии 10% холодильников «Дед Мороз», 40% холодильников «Снегурочка», остальные – «Северный олень». Известно, что холодильники данных торговых марок не требуют ремонта в течение гарантийного срока, соответственно, в 98%, 88% и 92% случаях. Найти вероятность того, что случайно выбранный из партии холодильник не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

41–50. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$41. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$42. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ \frac{(x^2 - x)}{2}, & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$43. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$44. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq \frac{1}{3}; \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$45. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$46. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$47. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$48. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}; \\ \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$49. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{6}; \\ 1, & x > \frac{\pi}{6}. \end{cases}$$

$$50. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{3\pi}{4}; \\ 2 \cos x, & \frac{3\pi}{4} < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

51–60. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю \bar{x} , объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ .

51. $\bar{x} = 75,17$; $n = 36$; $\sigma = 6$.

52. $\bar{x} = 75,16$; $n = 49$; $\sigma = 7$.

53. $\bar{x} = 75,15$; $n = 64$; $\sigma = 8$.

54. $\bar{x} = 75,14$; $n = 81$; $\sigma = 9$.

55. $\bar{x} = 75,13$; $n = 100$; $\sigma = 10$.

56. $\bar{x} = 75,12$; $n = 121$; $\sigma = 11$.

57. $\bar{x} = 75,11$; $n = 144$; $\sigma = 12$.

58. $\bar{x} = 75,10$; $n = 169$; $\sigma = 13$.

59. $\bar{x} = 75,09$; $n = 196$; $\sigma = 14$.

60. $\bar{x} = 75,08$; $n = 225$; $\sigma = 15$.