

Вопросы к экзамену

2 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Теорема об общем виде неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла.

2. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: замена переменной.

3. Основные методы интегрирования, интегрирование по частям: $\int P(x)a^{kx} dx$, $\int P(x) \sin kx dx$, $\int P(x) \cos kx dx$.

4. Основные методы интегрирования, интегрирование по частям: $\int P(x) \ln(Q(x)) dx$, $\int P(x) \arcsin kx dx$, $\int P(x) \arccos kx dx$, $\int P(x) \arctg kx dx$, $\int P(x) \text{arcctg} kx dx$

5. Возвратные интегралы: $\int e^{ax} \sin(kx + b) dx$, $\int e^{ax} \cos(kx + b) dx$, $\int \sqrt{a^2 \pm x^2} dx$

6. Интегрирование рациональных дробей: $\int \frac{A}{x-a} dx$, $\int \frac{A}{(x-a)^s} dx$, $\int \frac{Bx+C}{x^2+px+q} dx$,

7. Интегрирование рациональных дробей: $\int \frac{Bx+C}{(x^2+px+q)^s} dx$,

8. Интегрирование иррациональных выражений вида $\int \frac{Mx+N}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$,
 $\int \frac{Mx+N}{(x-k)\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$.

9. Интегрирование иррациональных выражений вида $\int R(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p_1}{q_1}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p_2}{q_2}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p_n}{q_n}}) dx$, $\int x^m (a+bx^n)^p dx$

10. Интегрирование иррациональных выражений вида $\int R(x, \sqrt{a^2-x^2}) dx$, $\int R(x, \sqrt{a^2+x^2}) dx$, $\int R(x, \sqrt{x^2-a^2}) dx$,

11. Интегрирование тригонометрических выражений. $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$, $\int \cos \alpha x \cos \beta x dx$, $\int \sin \alpha x \sin \beta x dx$, $\int R(\sin x, \cos x) dx$, $\int \sin^k x \cos^m x dx$.

12. Определенный интеграл, геометрический смысл. Теорема о множестве интегрируемых функций. Теорема о свойствах интегрируемых функций.

13. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.

14. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о свойствах интеграла с переменным верхним пределом.

15. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

16. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейного сектора, вычисление объемов тел вращения.

17. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейной трапеции, длина дуги кривой.

18. Несобственные интегралы. Свойства несобственных интегралов по бесконечному промежутку. Несобственный интеграл от неограниченной функции.

19. Понятие двойного интеграла, его геометрический и физический смысл. Теорема о достаточном условии интегрируемости функции в области D.

20. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Изменение порядка интегрирования.

21. Замена переменных в двойном интеграле. Криволинейные координаты. Двойные интегралы в полярных координатах. Якобиан.

22. Тройной интеграл. Основные свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Изменение порядка интегрирования.
23. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
24. Приложения двойного интеграла к задачам физики и геометрии.
25. Приложение тройного интеграла к задачам физики и геометрии.
26. Понятие криволинейного интеграла и его свойства. Криволинейные интегралы первого рода.
27. Понятие криволинейного интеграла и его свойства. Криволинейные интегралы второго рода.
28. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
29. Числовые ряды. Основные понятия. Теорема о необходимом и достаточном условии сходимости ряда через остатки. Свойства числовых рядов.
30. Теорема об арифметических действиях над рядами. Теорема (необходимый признак сходимости).
31. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак сравнения и признак Даламбера.
32. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Коши и интегральный признак.
33. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. Свойства сходящихся рядов.
34. Функциональные ряды. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Теорема Абеля об интервале сходимости степенного ряда.
35. Формула и ряд Тейлора. Разложение функций ряд Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора: в форме Пеано, в форме Лагранжа. Теорема о представлении функции своим рядом Тейлора.
36. Ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена функций $f(x)=e^x$, $f(x)=\cos x$, $f(x)=\sin x$. Формула Эйлера.
37. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях.
38. Комплексные числа. Теорема о свойствах операций над комплексными числами. Алгебраическая форма комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Комплексно-сопряженные числа.
39. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация и тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корень степени n из комплексного числа.
40. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
41. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли.
42. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Задача Коши. Метод Эйлера.
43. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения высшего порядка: $F(x, y^{(n)}) = 0$; $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$; $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$.
44. Линейные дифференциальные уравнения. Теорема о решении линейного однородного дифференциального уравнения. Определитель Вронского. Теорема о линейно зависимых функциях. Теорема о фундаментальной системе решений линейного однородного дифференциального уравнения.
45. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения.

46. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Случай различных и кратных действительных корней характеристического уравнения.

47. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Случай различных или кратных комплексных корней характеристического уравнения.

48. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью вида $f(x)=e^{\alpha x}P(x)$. Метод неопределенных коэффициентов.

49. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью вида $f(x)=e^{\alpha x}(P_1(x)\cos\beta x+P_2(x)\sin\beta x)$. Метод неопределенных коэффициентов.

50. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами: метод Лагранжа (вариация произвольной постоянной).