

Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Матрицы: определение, виды. Действия с матрицами: транспонирование, сложение, умножение на число, умножение матриц.
2. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы.
3. Подстановки. Инверсия подстановки. Знак подстановки. Определители. Порядок определителя.
4. Правило Саррюса для вычисления определителей второго и третьего порядка. Теорема о свойствах определителей.
5. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу).
6. Обратная матрица. Теорема о нахождении обратной матрицы через союзную (присоединенную).
7. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основная и расширенная матрицы СЛАУ.
8. Однородные СЛАУ. Совместные СЛАУ. Эквивалентные СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений: матричный метод.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса.
11. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
12. Векторы: основные понятия (коллинеарные, компланарные, равные). Линейные операции над векторами.
13. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекции вектора на ось.
14. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис. Разложение вектора по базису.
15. Прямоугольная декартова система координат. Координаты вектора. Теорема о линейных операциях над векторами в координатах. Направляющие косинусы вектора.
16. Длина вектора, ее свойства. Аналитическое условие коллинеарности векторов.
17. Скалярное произведение векторов, свойства. Теорема о скалярном произведении в координатах.
18. Понятие левой и правой тройки векторов. Векторное произведение векторов, свойства.
19. Теорема о векторном произведении в координатах. Теорема о двойном векторном произведении.
20. Смешанное произведение векторов: геометрический смысл, свойства. Теорема о смешанном произведении в координатах.
21. Виды уравнения прямой: каноническое, в общем виде, проходящей через две данные точки, в отрезках на осях, параметрическое, через угловой коэффициент, через нормальный вектор.
22. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
23. Линии 2-го порядка. Канонические уравнения: окружности, эллипса. Эксцентриситет. Директриса. Уравнение касательной к линии.
24. Линии 2-го порядка. Каноническое уравнение гиперболы. Эксцентриситет. Директриса. Уравнение касательной к линии.
25. Линии 2-го порядка. Каноническое уравнение параболы. Эксцентриситет. Директриса. Уравнение касательной к линии.
26. Полярная система координат. Кривые в полярных координатах. Параметрическое задание линий.
27. Общий вид уравнения плоскости. Теорема о совпадении плоскостей. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Угол между плоскостями.

28. Уравнение прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение плоскости и прямой. Взаимное расположение прямых в пространстве.

29. Поверхности второго порядка: цилиндрические поверхности. Теорема об уравнениях цилиндрических поверхностей. Эллиптический цилиндр. Гиперболический цилиндр. Параболический цилиндр.

30. Поверхности второго порядка: поверхности вращения. Теорема об уравнении поверхности вращения. Эллипсоиды и гиперболоиды.

31. Поверхности второго порядка: поверхности вращения. Теорема об уравнении поверхности вращения. Конусы и параболоиды.

32. Преобразования системы координат. Общее уравнение второго порядка. Приведение общего уравнения второго порядка к параллельно смещенному.

33. Системы координат в пространстве. Поверхности в цилиндрических и сферических координатах.

34. Элементы теории множеств: дополнение множества, объединение, пересечение и разность множеств. Диаграммы Эйлера.

35. Понятие предела числовой последовательности. Функции. Способы задания. Предел функции. Теоремы о пределах (предел суммы, предел произведения, предел частного, переход к пределу в неравенстве).

36. Бесконечно малые и их свойства. Бесконечно большие. Соотношения между бесконечно малыми и бесконечно большими. Сравнение бесконечно малых.

37. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.

38. Неопределенность. Типы неопределенностей и способы их раскрытия. Замечательные пределы.

39. Производная. Производные синуса, косинуса, логарифма. Производная степенной и показательной функции.

40. Производная и связь с непрерывностью. Механический смысл производной. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой.

41. Производная обратной функции. Производные арксинуса и арккосинуса.

42. Теорема об арифметических операциях над производными. Производная тангенса, котангенса, арктангенса, арккотангенса.

43. Таблица производных. Теорема о производной сложной функции.

44. Производная неявной функции. Производная функции, заданной параметрически.

45. Применение производных в задачах математического анализа: Правило Лопиталя.

46. Основные теоремы дифференциального исчисления: Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа.

47. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции. Основная форма дифференциала.

48. Таблица дифференциалов. Правила дифференцирования. Теорема о необходимом условии дифференцируемости. Инвариантность основной формы дифференциала.

49. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.

50. Возрастание и убывание функции. Теорема о необходимом и достаточном условии монотонности.

51. Экстремум функции. Теорема о необходимом условии экстремума.

52. Выпуклость и вогнутость. Теорема о достаточном условии выпуклости. Точки перегиба.

53. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функций.
54. Функции нескольких переменных: определение, предел, непрерывность.
55. Частные производные, геометрический смысл. Частные производные высших порядков.
56. Дифференциал функции нескольких переменных. Частный дифференциал. Полный дифференциал и приближенные вычисления.
57. Частные производные сложных функций нескольких переменных. Производные неявных функций нескольких переменных.
58. Экстремум функции двух переменных. Теорема о необходимом условии экстремума. Теорема о достаточном условии экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных.
59. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных (определения, вычисление, свойства).
60. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (определение, уравнения).