МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОБУЧЕНИЯ

Контрольная работа №4

Темы: «Теория вероятностей, математическая статистика»,

Тема «Теория вероятностей, математическая статистика»

Задание 1. Решить задачи.

1. При обследовании двух одинаковых групп мужчин и женщин было установлено, что среди мужчин 5% дальтоников, а среди женщин — 0,25%. Найти вероятность того, что наугад выбранное лицо: а) страдает дальтонизмом; б) является мужчиной, если известно, что оно страдает дальтонизмом.

► Пусть событие А состоит в том, что наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. При этом возможны следующие гипотезы: B_1 — выбранное лицо является мужчиной; B_2 — выбранное лицо является женщиной.

Из условия задачи: $P(B_1) = P(B_2) = 0{,}5$; $P_{B_1}(A) = 0{,}05$; $P_{B_2}(A) = 0{,}0025$.

По формуле полной вероятности вычисляем вероятность того, что наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом: $P(A) = \sum_{k=1}^{n} B_k \cdot P_{B_k}(A) = 0{,}5 \cdot 0{,}05 + 0{,}5 \cdot 0{,}0025 = 0{,}2625$;

б) Условная вероятность произошедшего события А при осуществлении гипотезы B_1 определяется по формуле Байеса $P_A(B_1) = \dfrac{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A)}{\sum_{k=1}^{n} B_k \cdot P_{B_k}(A)} = \dfrac{0{,}5 \cdot 0{,}05}{0{,}02625} \approx 0{,}952388$. ◄

2. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре бывает 12 дождливых дней. Найти вероятность того, что из случайно зафиксированных в этом месяце 8 дней дождливыми окажутся: а) три дня; б) не менее трёх дней; в) не более трёх дней.

► Наблюдения в условиях данной задачи являются независимыми. Вероятность выпадения дождя в любой день сентября $\mathrm{p} = \dfrac{12}{30} = 0{,}4$, а вероятность того, что в любой день сентября дождя не будет, $\mathrm{q} = 1 - \mathrm{p} = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. Вероятность того, что в n наблюдениях событие наступит m раз, определяется формулой биноминального распределения.

а) По условию задачи n=8; m=3; p=0,4; q=0,6.

Тогда $\mathrm{P}_8(3) = \mathrm{C}_8^3 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}278692$;

б) Поскольку n=8; $3 \le m \le 8$; p=0,4; q=0,6, то

$P_8(3 \le m \le 8) = P_8(3) + P_8(4) + P_8(5) + P_8(6) + P_8(7) + P_8(8) = 1 - P_8(0) - P_8(1) - P_8(2) =$

$1 - 0{,}6^8 - 8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^7 - 28 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^6 =$0,624893;

в) Т.к. n=8; $0 \le m \le 3$; p=0,4; q=0,6, то

$\mathrm{P}_8(0 \le \mathrm{m} \le 3) = \mathrm{P}_8(0) + \mathrm{P}_8(1) + \mathrm{P}_8(3) =$

$= 0{,}016796 + 0{,}149292 + 0{,}209019 + 0{,}278692 = 0{,}653309$. ◄

3. На факультете 730 студентов. Вероятность дня рождения каждого студента в данный день равна 1/365. Вычислить вероятность того, что найдутся три студента, у которых дни рождения совпадают.

► В данном случае n=730; m=3; p=1/365; q=1-1/365=364/365.

Так как n велико, воспользуемся локальной теоремой Муавра-Лапласа: $P_n(k) \approx \dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$,

$x = \dfrac{k - np}{\sqrt{npq}}$, где p — вероятность наступления события А в одном испытании, q=1–p — вероятность не наступления этого события,

$\varphi(x)$ — значение плотности стандартного нормального распределения, определяемое по таблицам

$$x = \frac{3 - \frac{730}{365}}{\sqrt{730 \cdot \frac{1}{365} \cdot \frac{364}{365}}} = 0,71$$

Значение функции находим по таблице (таблица); $\varphi(0,71) = 0,3101$; $P_{730}(3) = 0,2210$. ◄

Задание 2. Решить задачи.

1. При измерении окружности груди 25 спортсменов установлено, что у троих этот объём равен 88 см, у четверых – 92 см, у пятерых – 96 см, у шестерых – 98 см и у семи – 100 см. СВ *X* – окружность груди спортсмена. Записать закон распределения СВ *X*. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти функцию распределения и построить её график.

► Вероятность обнаружения среди 25 спортсменов троих с окружностью груди, равной 88 см, p_1=3/25=0,12.

Аналогично вероятность обнаружения среди 25 спортсменов четверых с окружностью груди 92 см p_2=4/25=0,16 и т.д.

Получаем закон распределения в виде таблицы:

X	88	92	96	98	100
p	0,12	0,16	0,2	0,24	0,28

Найдём числовые характеристики данной случайной величины

$$M(X) = 88 \cdot 0,12 + 92 \cdot 0,16 + 96 \cdot 0,2 + 98 \cdot 0,24 + 100 \cdot 0,28 = 96;$$

$$M(X^2) = 88^2 \cdot 0,12 + 92^2 \cdot 0,16 + 96^2 \cdot 0,2 + 98^2 \cdot 0,24 + 100^2 \cdot 0,28 =$$
$$= 9231,68;$$

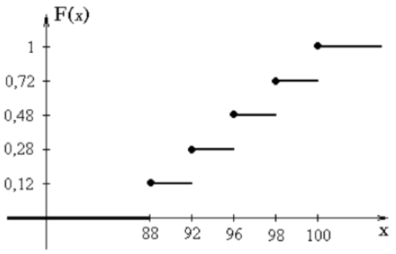
$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = 9231,68 - 96^2 = 15,68;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{3,96}.$$

Найдём функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x \le 88; \\ 0,12; & 88 < x \le 92; \\ 0,28; & 92 < x \le 96; \\ 0,48; & 96 < x \le 98; \\ 0,72; & 98 < x \le 100; \\ 1; & x > 100. \end{cases}$$

Построим её график:



◄

2.1. СВ *X* распределена нормально с математическим ожиданием, равным 12,5. Вероятность попадания СВ *X* в интервал (10;15) равна 0,2. Чему равна вероятность попадания СВ *X* в интервал (35;40)?

► Так как случайная величина распределена нормально найдём вероятность попадания значений СВ *X* в интервал (10;15)

$$P(10 \le X < 15) = \Phi\left(\frac{15-12,5}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{10-12,5}{\sigma}\right) = 0,2;$$

$2\Phi\left(\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,2$; $\Phi\left(\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,1$. Откуда $\frac{2,5}{\sigma} = 0,25$; $\sigma = 10$.

Следовательно:

$$P(35 < X < 40) = \Phi\left(\frac{40-12,5}{10}\right) - \Phi\left(\frac{35-12,5}{10}\right) = \Phi(2,75) - \Phi(2,25) = 0,497 - 0,4878 = 0,0092.$$ ◄

2.2. Вероятность некоторого события в каждом испытании из серии 9000 независимых испытаний равна 1/3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что частота этого события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более, чем на 0,01.

► Воспользуемся неравенством Чебышева для СВ *X*.

применительно к данной задаче неравенство записывается в виде: $P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < 0,01\right) = P\left(\left|m - np\right| \le 90\right) \ge 1 - \frac{D(X)}{90^2}$,

где $X=m$; $p=1/3$; $n=9000$; $a=M(X)=np=3000$; $D(X)=npq=2000$.

Тогда $P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < 0,01\right) \ge 1 - \frac{2000}{90^2} = 1 - \frac{20}{81} \approx 0,7531$, т.е. не меньше 0,7531. ◄

Задание 3. Имеются результаты себестоимости производства 1 ц (тыс. руб.) (генеральная совокупность). Произведена случайная выборка, получено 20 вариант измерений:

35,9; 35,3; 42,7; 46,2; 25,9; 35,3; 33,4; 27,0; 38,8; 38,4; 31,3; 35,9; 33,7; 38,6; 40,9; 35,5; 44,1; 37,4; 34,2; 30,8.

Требуется:

1) получить вариационный ряд и построить гистограмму относительных частот;

2) вычислить среднюю $\overline{X}$, дисперсию S^2, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации V, ошибку средней $S_{\overline{X}}$;

3) с надежностью 95% указать доверительный интервал для оценки генеральной средней $\overline{X}_{\tilde{A}}$.

► 1) Запишем исходные данные в виде ранжированного ряда, т.е. располагая их в порядке возрастания:

25,9; 27,0; 30,8; 31,3; 33,4; 33,7; 34,2; 35,3; 35,3; 35,5; 35,9; 35,9; 37,4; 38,4; 38,6; 38,8; 40,9; 42,7; 44,1; 46,2.

Для того чтобы составить вариационный интервальный ряд найдем размах вариации выборки по формуле $\Delta X = X_{\max} - X_{\min}$. Максимальное значение $X_{\max} = 46,2$, а минимальное $X_{\min} = 25,9$, тогда $\Delta X = 46,2 - 25,9 = 20,3$. Этот размах разбиваем на определенное количество классов. При малом объеме выборке (20-40 вариант) берется 5-6 классов. Длину классового интервала находим по формуле: $\Delta X_i = \frac{\Delta}{5} = \frac{20,3}{5} = 4,06 \approx 4,1$

Получим 5 интервалов:

первый 25,9 - 30,0;

второй 30,0 - 34,1;

третий 34,1 – 38,2;

четвертый 38,2 – 42,3;

пятый 42,3 – 46,4.

С помощью ранжированного ряда определим частоту попадания вариант выборки в каждый интервал. В первый интервал попадет два значения (25,9 и 27,0), поэтому $m_1 = 2$. Во второй интервал попадают четыре значения (30,8; 31,3; 33,4; 33,7), поэтому $m_2 = 4$. Аналогично $m_3 = 7$, $m_4 = 4$, $m_5 = 3$.

Полученный интервальный вариационный ряд запишем в виде таблицы.

	Интервал значений измерений величины $a_i - b_i$	Частоты вариант m_i	Относительные частоты ω_i	Плотность относительных частот P_i'
1	25,9 – 30,0	2	0,1	0,024
2	30,0 – 34,1	4	0,2	0,049
3	34,1 – 38,2	7	0,35	0,085
4	38,2 – 42,3	4	0,2	0,049
5	42,3 – 46,4	3	0,15	0,037
$\sum$			1, 00	

Относительные частоты попадания вариант выборки в каждый интервал находим по формуле: $\omega_i = \dfrac{m_i}{n}$, где m_i — частота каждого интервала, а n — объем выборки. В нашей задаче $n = 20$.

$$\omega_1 = \frac{m_1}{n} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1;$$

$$\omega_2 = \frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$\omega_3 = \frac{7}{20} = 0,35;$$

$$\omega_4 = \frac{4}{20} = 0,2;$$

$$\omega_5 = \frac{3}{20} = 0,15$$

Для проверки вычисляем сумму относительных частот, она должна равняться 1, т.е. $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$.

По формуле $P_i' = \dfrac{\omega_i}{\Delta x}$ вычислим плотности относительных частот вариант. Получаем:

$$P_1 = \frac{0,1}{4,1} = 0,0244 \approx 0,024;$$

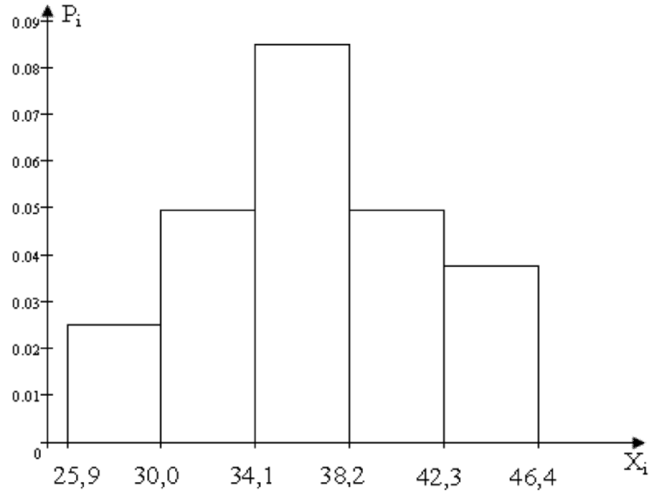
$$P_2 = \frac{0,2}{4,1} = 0,0488 \approx 0,049$$

$$P_3 = \frac{0,35}{4,1} = 0,0854 \approx 0,085;$$

$$P_4 = \frac{0,2}{4,1} = 0,0488 \approx 0,049$$

$$P_5 = \frac{0,15}{4,1} = 0,0366 \approx 0,037$$

Строим гистограмму относительных частот — ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются классовые интервалы, а высотами соответствующие значения плотностей относительных частот P_i'. Классовые интервалы откладывают на оси абсцисс, а значения P_i' откладывают на оси ординат, масштаб выбираем разный по осям.



Гистограмма относительных частот.

2) Основные выборочные характеристики вычисляются по формулам:

$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ — выборочная средняя;

$S_x^{\,2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2$ — дисперсия;

$S = \sqrt{S^2}$ — среднее квадратическое отклонение;

$S_{\overline{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ — ошибка средней;

$V = \frac{S}{\overline{x}} \cdot 100\%$ — коэффициент вариации.

Расчет $\overline{X}$ и S^2 производим с помощью таблицы.

№	Результат обследования x_i	Отклонение $x_i - \overline{x}$	$\left(x_i - \overline{x}\right)^2$
1	2	3	4
1	25,9	-10,1	102,1
2	27,0	-9,0	81,00
3	30,8	-5,2	27,04
4	31,3	-4,7	22,09
5	33,4	-2,6	6,76
6	33,7	-2,3	5,29
7	34,2	-1,8	3,24
8	35,3	-0,7	0,49
9	35,3	-0,7	0,49
10	35,5	-0,5	0,25
11	35,9	-0,1	0,01
12	35,9	-0,1	0,01
13	37,4	1,4	1,96
14	38,4	2,4	5,76
15	38,6	2,6	6,76
16	38,8	2,8	7,84
17	40,9	4,9	24,01
18	42,7	6,7	44,89
19	44,1	8,1	65,61
20	46,2	10,2	104,04
$\sum$	720,3		490,05

Округляем значение средней выборочной до десятичных. Заполняем третий столбец таблицы, в которой записываем значения отклонений, т. е разности $x_i - \overline{x}$. Для контроля можно вычислить сумму всех отклонений. Если разности вычислены правильно, то их сумма равна нулю. Затем значения отклонений возводим в квадрат и заполняем последний столбец таблицы. Вычислим сумму $\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = 490,05$ и разделив ее на $n-1 = 20-1 = 19$, получим значение дисперсии: $S^{\,2} = \dfrac{\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{19} = \dfrac{490,05}{19} \cong 25,7921 \approx 25,79\cdot$

Просуммировав варианты x_i, занесем сумму $\sum x_i$ в нижнюю строку таблицы под вторым столбцом.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{720,3}{20} = 36,015 \approx 36,0$$

Далее находим

среднее квадратическое отклонение выборочное: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{25,7921} = 5,0786 \approx 5,08$

ошибку средней $S_{\overline{x}} = \dfrac{S}{\sqrt{n}} = \dfrac{5,08}{\sqrt{20}} \approx \dfrac{5,08}{4,47} \approx 1,1365 \quad S_{\overline{x}} = 1,14$.

коэффициент вариации $V = \dfrac{S}{\overline{x}}\cdot 100\% = \dfrac{5,08}{36,0}\cdot 100\% \approx 0,141\cdot 100\% \cong 14,1\%\cdot$

Поскольку $10\% < V < 20\%$, то изменчивость измерении следует считать средней.

3) Доверительный интервал для оценки генеральной средней определяем по формуле: $\overline{X}_{â} - t\cdot S_{\overline{X}} < \overline{X}_{Â} < \overline{X}_{â} + t\cdot S_{\overline{X}}$, так как выборка маленькая, то ошибка репрезентативности подчиняется закону распределения Стьюдента и параметр t находится с помощью таблицы $t_\gamma = t(\gamma, n)$, где γ — заданная надежность, а n — объем выборки. В нашем примере $\gamma = 95\% = 0,95$, $n = 20$ по таблице имеем $t_\gamma = t(0,95;20) = 2,093$. Вычислим теперь радиус доверительного интервала: $t\cdot S_{\overline{X}} = 2,093\cdot 1,14 \approx 2,386 \approx 2,39$.

Таким образом, с надежностью 95% можно утверждать, что средняя себестоимость производства 1 ц (тыс. руб.) во всей генеральной совокупности (генеральная средняя) заключена в пределах: $\overline{X} - t\gamma\cdot S_{\overline{X}} = 36,00 - 2,37 = 33,63$ (гарантированный минимум) до $\overline{X} + t\gamma\cdot S_{\overline{X}} = 36,00 + 2,37 = 38,37$ (возможный максимум). ◄

Таблицы значений для функций $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ и $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	φ(**x**)	$\Phi(\tilde{o})$	x	φ(x)	$\hat{O}(\tilde{o})$	x	φ(x)	$\hat{O}(\tilde{o})$
0,00	0,3989	0,0000	0,40	0,3683	0,1554	0,80	0,2897	0,2881
0,01	0,3989	0,0040	0,41	0,3668	0,1591	0,81	0,2874	0,2910
0,02	0,3989	0,0080	0,42	0,3653	0,1628	0,82	0,2850	0,2939
0,03	0,3989	0,0120	0,43	0,3637	0,1664	0,83	0,2827	0,2967
0,04	0,3989	0,0160	0,44	0,3621	0,1700	0,84	0,2803	0,2995
0,05	0,3984	0,0199	0,45	0,3605	0,1736	0,85	0,2780	0,3023
0,06	0,3982	0,0239	0,46	0,3589	0,1772	0,86	0,2756	0,3051
0,07	0,3980	0,0279	0,47	0,3572	0,1808	0,87	0,2732	0,3078
0,08	0,3977	0,0319	0,48	0,3555	0,1844	0,88	0,2709	0,3106
0,09	0,3973	0,0359	0,49	0,3538	0,1879	0,89	0,2685	0,3133
0,10	0,3970	0,0398	0,50	0,3521	0,1915	0,90	0,2661	0,3159
0,11	0,3965	0,0438	0,51	0,3503	0,1950	0,91	0,2637	0,3186
0,12	0,3961	0,0478	0,52	0,3485	0,1985	0,92	0,2613	0,3212
0,13	0,3956	0,0517	0,53	0,3467	0,2019	0,93	0,2589	0,3238
0,14	0,3951	0,0557	0,54	0,3448	0,2054	0,94	0,2565	0,3264
0,15	0,3945	0,0596	0,55	0,3429	0,2088	0,95	0,2541	0,3289
0,16	0,3939	0,0636	0,56	0,3410	0,2123	0,96	0,2516	0,3315
0,17	0,3932	0,0675	0,57	0,3391	0,2157	0,97	0,2492	0,3340
0,18	0,3925	0,0714	0,58	0,3372	0,2190	0,98	0,2468	0,3365
0,19	0,3918	0,0753	0,59	0,3352	0,2224	0,99	0,2444	0,3389
0,20	0,3910	0,0793	0,60	0,3332	0,2257	1,00	0,2420	0,3413
0,21	0,3902	0,0832	61	0,3312	0,2291	1,01	0,2396	0,3438
0,22	0,3894	0,0871	0,62	0,3292	0,2324	1,02	0,2371	0,3461
0,23	0,3885	0,0910	0,63	0,3271	0,2357	1,03	0,2347	0,3485
0,24	0,3876	0,0948	0,64	0,3251	0,2389	1,04	0,2323	0,3508
0,25	0,3867	0,0987	0,65	0,3230	0,2422	1,05	0,2299	0,3531
0,26	0,3857	0,1026	0,66	0,3209	0,2454	1,06	0,2275	0,3554
0,27	0,3847	0,1064	0,67	0,3187	0,2486	1,07	0,2251	0,3577
0,28	0,3836	0,1103	0,68	0,3166	0,2517	1,08	0,2227	0,3599
0,29	0,3825	0,1141	0,69	0,3144	0,2549	1,09	0,2203	0,3621
0,30	0,3814	0,1179	0,70	0,3123	0,2580	1,10	0,2179	0,3643
0,31	0,3802	0,1217	0,71	0,3101	0,2611	1,11	0,2155	0,3665
0,32	0,3790	0,1255	0,72	0,3079	0,2642	1,12	0,2131	0,3686
0,33	0,3778	0,1293	0,73	0,3056	0,2673	1,13	0,2107	0,3708
0,34	0,3765	0,1331	0,74	0,3034	0,2703	1,14	0,2083	0,3729
0,35	0,3752	0,1368	0,75	0,3011	0,2734	1,15	0,2059	0,3749
0,36	0,3739	0,1406	0,76	0,2989	0,2764	1,16	0,2036	0,3770
0,37	0,3726	0,1443	0,77	0,2966	0,2794	1,17	0,2012	0,3790
0,38	0,3712	0,1480	0,78	0,2943	0,2823	1,18	0,1989	0,3810
0,39	0,3697	0,1517	0,79	0,2920	0,2852	1,19	0,1965	0,3830

x	φ(x)	**Φ(x)**	**x**	φ(x)	**Φ(x)**	**x**	φ(x)	**Φ(x)**
1,20	0,1942	0,3849	1,70	0,0940	0,4554	2,40	0,0224	0,4918
1,21	0,1919	0,3869	1,71	0,0925	0,4564	2,42	0,0213	0,4922
1,22	0,1895	0,3888	1,72	0,0909	0,4573	2,44	0,0203	0,4927
1,23	0,1872	0,3907	1,73	0,0893	0,4582	2,46	0,0194	0,4931
1,24	0,1849	0,3925	1,74	0,0878	0,4591	2,48	0,0184	0,4934
1,25	0,1826	0,3944	1,75	0,0863	0,4599	2,50	0,0175	0,4938
1,26	0,1804	0,3962	1,76	0,0848	0,4608	2,52	0,0167	0,4941
1,27	0,1781	0,3980	1,77	0,0833	0,4616	2,54	0,0158	0,4945
1,28	0,1758	0,3997	1,78	0,0818	0,4625	2,56	0,0151	0,4948
1,29	0,1736	0,4015	1,79	0,0804	0,4633	2,58	0,0143	0,4851
1,30	0,1714	0,4032	1,80	0,0790	0,4641	2,60	0,0136	0,4953
1,31	0,1691	0,4049	1,81	0,0775	0,4649	2,62	0,0129	0,4956
1,32	0,1669	0,4066	1,82	0,0761	0,4656	2,64	0,0122	0,4959
1,33	0,1647	0,4082	1,83	0,0748	0,4664	2,66	0,0116	0,4961
1,34	0,1626	0,4099	1,84	0,0734	0,4671	2,68	0,0110	0,4963
1,35	0,1604	0,4115	1,85	0,0721	0,4678	2,70	0,0104	0,4965
1,36	0,1582	0,4131	1,86	0,0707	0,4686	2,72	0,0099	0,4967
1,37	0,1561	0,4147	1,87	0,0694	0,4693	2,74	0,0093	0,4969
1,38	0,1539	0,4162	1,88	0,0681	0,4699	2,76	0,0088	0,4971
1,39	0,1518	0,4177	1,89	0,0669	0,4706	2,78	0,0084	0,4973
1,40	0,1497	0,4192	1,90	0,0656	0,4713	2,80	0,0079	0,4974
1,41	0,1476	0,4207	1,91	0,0644	0,4719	2,82	0,0075	0,4976
1,42	0,1456	0,4222	1,92	0,0632	0,4726	2,84	0,0071	0,4977
1,43	0,1435	0,4236	1,93	0,0620	0,4732	2,86	0,0067	0,4979
1,44	0,1415	0,4251	1,94	0,0608	0,4738	2,88	0,0063	0,4980
1,45	0,1394	0,4265	1,95	0,0596	0,4744	2,90	0,0060	0,4981
1,46	0,1374	0,4279	1,96	0,0584	0,4750	2,92	0,0065	0,4982
1,47	0,1354	0,4292	1,97	0,0573	0,4756	2,94	0,0053	0,4984
1,48	0,1334	0,4306	1,98	0,0562	0,4761	2,96	0,0050	0,4985
1,49	0,1315	0,4319	1,99	0,0551	0,4767	2,98	0,0047	0,4986
1,50	0,1295	0,4332	2,00	0,0540	0,4772	3,00	0,00443	0,49865
1,51	0,1276	0,4345	2,02	0,0519	0,4783	3,10	0,00327	0,49903
1,52	0,1257	0,4357	2,04	0,0498	0,4793			
1,53	0,1238	0,4370	2,06	0,0478	0,4803	3,20	0,00238	0,49931
1,54	0,1219	0,4382	2,08	0,0459	0,4812	3,30	0,00172	0,49952
1,55	0,1200	0,4394	2,10	0,0440	0,4821			
1,56	0,1182	0,4406	2,12	0,0422	0,4830	3,40	0,00123	0,49966
1,57	0,1163	0,4418	2,14	0,0404	0,4838	3,50	0,00087	0,49977
1,58	0,1145	0,4429	2,16	0,0387	0,4846			
1,59	0,1127	0,4441	2,18	0,0371	0,4854	3,60	0,00061	0,49984
1,60	0,1109	0,4452	2,20	0,0355	0,4861	3,70	0,00042	0,49989
1,61	0,1092	0,4463	2,22	0,0339	0,4868	3,80	0,00029	0,49993
1,62	0,1074	0,4474	2,24	0,0325	0,4875	3,90	0,00020	0,49995
1,63	0,1057	0,4484	2,26	0,0310	0,4881			
1,64	0,1040	0,4495	2,28	0,0297	0,4887	4,00	0,0001338	0,499968
1,65	0,1023	0,4505	2,30	0,0283	0,4893			
1,66	0,1006	0,4515	2,32	0,0270	0,4898	4,50	0,0000160	0,499997
1,67	0,989	0,4525	2,34	0,0258	0,4904			
1,68	0,0973	0,4535	2,36	0,0246	0,4909	5,00	0,0000015	0,49999997
1,69	0,0957	0,4545	2,38	0,0235	0,4913			

Таблица значений $t_{\gamma} = t(\gamma; n)$

n	γ			n	γ		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	,862	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				