КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5
Темы: «Функции нескольких переменных», «Дифференциальные уравнения»

Тема «Функции нескольких переменных»,

Вариант№1

Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = \dfrac{3\,x\,y}{2\,x - 5\,y}$;

2. Найти частные производные функции $f(x;y;z) = \dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ и вычислить значения частных производных в точке $M_0(0;-1;1)$ с точностью до сотых;

3. Найти полный дифференциал функции $z = 2x^3 y - 4\,x\,y^5$;

4. Найти вторые частные производные функции $z = e^{x^2 - y^2}$;

5. Исследовать на экстремум функцию $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$;

Вариант№2

Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = \arcsin\,(x\text{-}y)$;

2. Найти частные производные функции $f(x;y;z) = \ln\left(x + \dfrac{y}{2\,z}\right)$ и вычислить значения частных производных в точке $M_0(1;2;1)$ с точностью до сотых;

3. Найти полный дифференциал функции $z = x^2\;y\sin x - 3y$;

4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = crg\,(x + y)$;

5. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + 8\,y^3 - 6\,x\,y + 5$;

Вариант№3

Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = \sqrt{y^2 - x^2}$;

2. Найти частные производные функции $f(x;y;z) = (\sin x)^{y\,z}$ и вычислить значения частных производных в точке $M_0\left(\dfrac{\pi}{6};1;2\right)$ с точностью до сотых;

3. Найти полный дифференциал функции $z = arctg\;x + \sqrt{y}$;

4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = tg\dfrac{x}{y}$

5. Исследовать на экстремум функцию $\mathrm{z = 1 + 15\,x - 2\,x^2 - x\,y - 2\,y^2}$ /

Вариант№4

Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $\mathrm{z = \ln\,(4 - x^2 - y^2)}$

2. Найти частные производные функции $\mathrm{f(x;y;z) = \ln\,(x^3 + 2\,y^3 - z^3)}$ и вычислить значения частных производных в точке $\mathrm{M_0}(2;1;0)$ с точностью до сотых.

3. Найти полный дифференциал функции $\mathrm{z = \arcsin\,(x\,y) - 3\,x\,y^2}$

4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = \cos(x\,y^2)$
5. Исследовать на экстремум функцию $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$/

Вариант№5
Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = \dfrac{2}{6 - x^2 - y^2}$
2. Найти частные производные функции $f(x;y;z) = \dfrac{x}{\sqrt{z^2 + y^2}}$ и вычислить значения частных производных в точке $M_0(1;0;1)$ с точностью до сотых.
3. Найти полный дифференциал функции $z = 5xy^4 + 2x^2y^7$
4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = \sin(x^2 - y)$
5. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$.

Вариант№6
Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$
2. Найти частные производные функции $f(x;y;z) = \ln(x^2y^2 + z)$ и вычислить значения частных производных в точке $M_0(0;0;\frac{\pi}{4})$ с точностью до сотых.
3. Найти полный дифференциал функции $z = \cos(x^2 - y^2) + x^3$
4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = \mathrm{arctg}(x + y)$
5. Исследовать на экстремум функцию $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.

Вариант№7
Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = \arccos(x + y)$
2. Найти частные производные $f(x;y;z) = 27\sqrt[3]{x + y^2 + z^3}$ и вычислить значения частных производных для функции $f(x;y;z)$ в т. $M_0(3;4;1)$ с точностью до сотых.
3. Найти полный дифференциал функции $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$
4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = \arcsin(x - y)$
5. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.

Вариант№8
Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z = 3x + \dfrac{y}{2 - x + y}$.
2. Найти частные производные функции $f(x;y;z) = \mathrm{arctg}(x\,y^2 + z)$ и вычислить значения частных производных в т. $M_0(2;1;0)$ с точностью до сотых.
3. Найти полный дифференциал функции $z = 5xy^2 - 3x^3y^4$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции $z = \arccos(2x + y)$.
5. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$.

Вариант№9
Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$
2. Найти частные производные функции $f(x;y;z)=\arcsin\left(\dfrac{x^2}{y}-z\right)$ и вычислить значения частных производных в т. $M_0(2;5;0)$ с точностью до сотых.
3. Найти полный дифференциал функции $z=\arcsin(x+y)$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции $z=\operatorname{arcctg}(x-3y)$
5. Исследовать на экстремум функцию $z=4(x-y)-x^2-y^2$.

Вариант№10
Выполнить задания:

1. Найти область определения функции $z=\ln(x^2+y^2-3)$
2. Найти частные производные функции $f(x;y;z)=\sqrt{z}\sin\dfrac{y}{x}$ и вычислить значения частных производных в т. $M_0(2;0;4)$ с точностью до сотых.
3. Найти полный дифференциал функции $z=\operatorname{arctg}(2x-y)$
4. Найти вторые частные производные указанной функции $z=\ln(3x^2-2y^2)$
5. Исследовать на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$.

Тема «Дифференциальные уравнения»

Вариант № 1

Задание 1. Показать, что функция $y=xe^{-\frac{x^2}{2}}$ удовлетворяет уравнению $xy'=\left(1-x^2\right)y$.

Задание 2. Решить уравнения:

1. $e^{x+3y}dy=x\,dx$.
2. $y-xy'=\dfrac{x}{\cos\frac{y}{x}}$.
3. $(x^2+1)y'+4xy=3;\quad y(0)=0$.
4. $y''=y'e^y;\quad y(0)=0;\ y'(0)=1$.
5. $y''+y'=2x-1$.

Вариант № 2
Задание 1. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению:
$y=\dfrac{\sin x}{x},\quad xy'+y=\cos x.$
Задание 2. Решить уравнения:

1. $y'\sin x=y\ln y$.
2. $(y^2-3x^2)dy+2xy\,dy=0$.
3. $y'+y\cdot tgx=\dfrac{1}{\cos x},\quad y(0)=0$.
4. $y'^2+2yy''=0;\quad y(0)=1;\ y'(0)=1$.
5. $y''-6y'+9y=9x^2-39x+65;$.

Вариант № 3

Задание 1. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению:

$y = 5e^{-2x} + e^{\frac{x}{3}}, \quad y' + 2y = e^x.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $y' = (2x-1)\, ctg\, y$.
2. $(x+2y)\, dx - x\, dy = 0$.
3. $(1-x)\,(y'+y) = e^{-x}; \quad y(0) = 0$.
4. $y\, y'' + y'^2 = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1$.
5. $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6;$.

Вариант № 4

Задание 1. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению:

$y = 2 + c\sqrt{1-x^2}, \quad \left(1-x^2\right) y' + x\, y = 2x.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $\dfrac{tg\, y}{\cos^2 x} dx + \dfrac{tg\, x}{\cos^2 y} dy = 0$.
2. $(x-y)\, dx + (x+y)\, dy = 0$.
3. $x\, y' - 2y = 2x^4; \quad y(1) = 0$.
4. $y'' + 2y\, y'^3 = 0; \quad y(0) = 2; \quad y(1) = 1/3$.
5. $y'' - 2y' = 6 + 12x - 24x^2$.

Вариант № 5

Задание 1. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению:

$y = x\sqrt{1-x^2}, \quad y\, y' = x - 2x^3.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $(1+e^x)\, y\, dy - e^y\, dx = 0$.
2. $(y^2 - 2xy)\, dx + x^2 dy = 0$.
3. $y' = 2x\,(x^2 + y); \quad y(0) = 0$.
4. $y''\, tgy = 2y'^2; \quad y(1) = \pi; \quad y'(1) = 2$.
5. $y'' - 3y' + 2y = (34 + 12x)\, e^{-x}$.

Вариант № 6

Задание 1. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению:

$y = \dfrac{c}{\cos x}, \quad y' - tgx \cdot y = 0.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $(y^2 + 3)dx - \dfrac{e^x}{x} y\, dy = 0$.
2. $y^2 + x^2 y' = x\, y\, y'$.
3. $y' - y = e^x \quad y(0) = 1$.
4. $2y\, y'' = y'^2; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$.
5. $y''\text{-}6y' + 10y = 51\, e^{-x}$.

Вариант № 7

Задание 1. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению:

$y=-1\frac{1}{(3x+c)}, \quad y'=3y^2.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $\sin y\cos x\,dy=\cos y\sin x\,dx$.
2. $x\,y'-y=x\,tg\left(\frac{y}{x}\right)$.
3. $xy'+y+x\,e^{-x^2}=0; \quad y(1)=\frac{1}{2e}$.
4. $yy''-y'^2=y^4; \quad y(0)=1, \quad y'(0)=1$
5. $y''-4y'+13y=169x;$.

Вариант № 8

Задание 1. Показать, что функция *y* удовлетворяет уравнению:

$y=\ln(c+e^x), \quad y'=e^{x-y}.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $y'=(2y+1)\,tg\,x$.
2. $x\,y'=y-x\,e^{\frac{y}{x}}$.
3. $\cos y\,dx=(x+2\cos y)\sin y\,dy; \quad y(0)=\frac{\pi}{4}$.
4. $y''=-\frac{1}{2y^3}; \quad y(0)=1/2, \ y'(0)=\sqrt{2}$.
5. $y''-4y'=8-16x$.

Вариант № 9

Задание 1. Показать, что функция *y* удовлетворяет уравнению:

$y=\sqrt{x^2-cx}, \quad (x^2+y^2)-2x\,y\cdot y'=0.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $(\sin(x+y)+\sin(x-y))dx+\frac{dy}{\cos y}=0$.
2. $xy'-y=(x+y)\ln\left(\frac{x+y}{x}\right)$.
3. $x^2y'+xy+1=0; \quad y(1)=0$.
4. $y''=1-y'^2; \quad y(0)=y'(0)=0$.
5. $y''-3y'+2y=3\cos x+19\sin x$.

Вариант № 10

Задание 1. Показать, что функция *y* удовлетворяет уравнению:

$y=x(c-\ln x), \quad (x-y)+x\cdot y'=0.$

Задание 2. Решить уравнения:

1. $(1+e^x)y\cdot y'=e^x$.
2. $x\,y'=y\cos\ln\left(\frac{y}{x}\right)$.
3. $y\,x'+x=4y^3+3y^2; \ \ y(2)=1$.
4. $y''^2=y'; \quad y(0)=2/3, \ \ y'(0)=1$.

5. $y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^{x}$.