

Контрольная работа №1
Темы: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия»,
«Математический анализ функции одной переменной»

Задание 1. Даны матрицы A, B, C и числа α и β . Найти $\alpha \cdot A^2 + \beta \cdot BC$.

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ -4 & 4 & 7 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -2, \quad \beta = 3.$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 6 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & -5 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -3.$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -3.$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \\ -5 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 3, \quad \beta = -2.$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 & 7 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 5 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -1, \quad \beta = -2.$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -1.$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 4.$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -2.$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 5 & 1 \\ -3 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -3, \quad \beta = 1.$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -1.$$

Задание 2. Доказать совместность системы линейных уравнений и решить ее: а) по правилу Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом.

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 9 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 15 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ -3x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 4x_2 + 5x_3 = -8. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 = 10, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -14, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 13 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} -5x_1 - 2x_2 + x_3 = -10, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7, \\ x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 13 \\ -5x_1 + x_2 + 2x_3 = -6 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -12, \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2, \\ -x_1 - 5x_2 + x_3 = -6. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -8 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -5, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0,5, \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -11, \\ x_1 + 3x_2 = 6, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ -3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -11. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -6 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ 5x_1 + 2x_3 = 18, \\ -3x_1 + x_2 - 6x_3 = -7. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 18 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - x_3 = -5, \\ -3x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -21. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - z = 1 \\ 2x + 4y - z = 1 \\ x - 8y - 3z = -2 \end{cases}$$

Задание 3. Установить совместность СЛАО с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае ее совместности найти решение системы по формулам Крамера.

Вариант 1

$$\text{a) } \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 - x_5 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = -2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 3, \\ 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 4. \end{cases}$$

Вариант 2

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 6x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -4, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + 16x_3 + 2x_4 - x_5 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 - x_5 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$$

Вариант 3

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + x_5 = 4, \\ -3x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = -2, \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -1, \\ -x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 2, \\ -4x_1 - x_2 + 17x_3 - 2x_4 + 21x_5 = -2. \end{cases}$$

Вариант 4

$$\text{a) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 3, \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 - x_5 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = -2, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 + x_5 = 3, \\ -3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 4. \end{cases}$$

Вариант 5

$$\text{a) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -4, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 16x_3 + 2x_4 - x_5 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -5x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 = -1, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$$

Вариант 6

$$\text{a) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 4, \\ 2x_1 - 6x_2 - 3x_3 + 3x_4 - x_5 = -2, \\ -2x_2 - x_3 - 3x_4 + x_5 = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 7x_2 - x_3 + 5x_4 - x_5 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 - x_4 + 4x_5 = -3, \\ 5x_1 - 12x_2 + 4x_3 + 9x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$

Вариант 7

$$а) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 + x_5 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 1; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 8x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -1, \\ -3x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 2, \\ -x_1 - 4x_2 + 17x_3 - 2x_4 + 21x_5 = -2. \end{cases}$$

Вариант 8

$$а) \begin{cases} -3x_1 - x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 2x_5 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 3, \\ -x_1 + x_2 + 16x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} -x_1 - 7x_2 - x_3 + 5x_4 + x_5 = 8, \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 - x_4 + 3x_5 = -3, \\ 2x_1 - 12x_2 + 4x_3 + 9x_4 + 5x_5 = 2. \end{cases}$$

Вариант 9

$$а) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + x_5 = 4, \\ -x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 - x_5 = 6; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - 5x_5 = -2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = -1, \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$

Вариант 10

$$а) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 - x_5 = 1; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 + x_5 = 3, \\ 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 4. \end{cases}$$

Задание 4. Решить следующие задачи.

Вариант 1

По уравнению сторон треугольника $2x - 3y + 5 = 0$, $x + y - 10 = 0$ и $2x + 7y - 25 = 0$. Найти координаты его вершин. Сделать построение.

Вариант 2

Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x + y - 13 = 0$ и отсекающей на осях координат равные положительные отрезки. Сделать построение.

Вариант 3

При каком значении C прямая $15x + 17y + C = 0$ будет проходить через точку пересечения прямых $2x + 3y - 5 = 0$ и $7x - 8y + 1 = 0$? Построить.

Вариант 4

Даны уравнения сторон треугольника $2x - 5y + 23 = 0$, $4x + y - 9 = 0$ и $x + 3y - 5 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через вершину треугольника параллельно его стороне, образующей с осью абсцисс острый угол. Построить.

Вариант 5

Треугольник задан уравнениями: (AB) $x - y + 3 = 0$, (AC) $x + 2y - 3 = 0$ и (BC) $2x + y - 9 = 0$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины В. Построить.

Вариант 6

Даны уравнения двух смежных сторон параллелограмма $x + y + 5 = 0$, $x - 4y = 0$. Найти уравнение двух других сторон, если известна точка пересечения его диагоналей (2;-2). Построить.

Вариант 7

Уравнения смежных сторон прямоугольника $4x + y + 6 = 0$ и $x - 4y + 10 = 0$. Координаты одной из его вершин $C(3;-3)$. Составить уравнение диагонали, проходящей через вершину С. Построить.

Вариант 8

По уравнениям сторон треугольника $x + 7y - 1 = 0$, $2x + y + 4 = 0$ и $3x - 5y - 7 = 0$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины, лежащей в третьей четверти. Построить.

Вариант 9

Составить уравнение перпендикуляра к прямой $8x + 4y - 3 = 0$ в точке пересечения ее с прямой $x - y = 0$. Построить.

Вариант 10

По уравнениям прямых $2x - 3y - 6 = 0$; $5x + 8y + 1 = 0$ найти расстояние между точками их пересечения с осью ординат. Построить.

Задание 5. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Требуется найти:

- 1) уравнения прямой A_1A_4 ;
 - 2) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
 - 3) угол между ребром A_1A_2 и гранью $A_1A_2A_3$;
 - 4) площадь грани $A_1A_2A_3$;
 - 5) объем пирамиды;
- Сделать чертеж.

Вариант 1

$$A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1), A_4(2, -2, -4)$$

Вариант 2

$$A_1(-1, 2, 4), A_2(-1, -2, -4), A_3(3, 0, -1), A_4(7, -3, 1)$$

Вариант 3

$$A_1(1, 2, 0), A_2(1, -1, 2), A_3(0, 1, -1), A_4(-3, 0, 1)$$

Вариант 4

$$A_1(0, -3, 1), A_2(-4, 1, 2), A_3(2, -1, 5), A_4(3, 1, -4)$$

Вариант 5

$$A_1(1, 0, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(2, -2, 1), A_4(2, 1, 0)$$

Вариант 6

$$A_1(1, 3, 0), A_2(4, -1, 2), A_3(3, 0, 1), A_4(-4, 3, 5)$$

Вариант 7

$$A_1(1, 2, -3), A_2(1, 0, 1), A_3(-2, -1, 6), A_4(0, -5, -4)$$

Вариант 8

$$A_1(-2, -1, -1), A_2(0, 3, 2), A_3(3, 1, -4), A_4(-4, 7, 3)$$

Вариант 9

$$A_1(3, 10, -1), A_2(-2, 3, -5), A_3(-6, 0, -3), A_4(1, -1, 2)$$

Вариант 10

$$A_1(-3, -5, 6), A_2(2, 1, -4), A_3(0, -3, -1), A_4(-5, 2, -8)$$

Задание 6. Решить задачу.

Вариант 1

Написать уравнение кривой, каждая точка которой находится на одинаковом расстоянии от точки $F(2, 2)$ и от оси Ox . Сделать чертеж.

Вариант 2

Написать уравнение кривой, сумма квадратов расстояний от каждой точки которой до точек $M_1(-3,0)$ и $M_2(3,0)$ равна 50. Сделать чертеж.

Вариант 3

Написать уравнение кривой, расстояние от каждой точки которой до точки $M_1(-1,1)$ вдвое меньше расстояния до точки $M_2(-4,4)$. Сделать чертеж.

Вариант 4

Написать уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до точек $F_1(-2,-2)$ и $F_2(2,2)$ равен 4. Сделать чертеж.

Вариант 5

Написать уравнение кривой, каждая точка которой находится на одинаковом расстоянии от точки $M(4,2)$ и от оси Oy . Сделать чертеж.

Вариант 6

Написать уравнение кривой, каждая точка которой отстоит от точки $M(3,0)$ вдвое дальше, чем от прямой $x = 2$. Сделать чертеж.

Вариант 7

Написать уравнение кривой, для каждой точки которой расстояние от точки $M(0,2)$ вдвое меньше расстояния от прямой $y = 5$. Сделать чертеж.

Вариант 8

Написать уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до точек $F_1(-2,0)$ и $F_2(2,0)$ равна $2\sqrt{5}$. Сделать чертеж.

Вариант 9

Написать уравнение кривой, сумма квадратов расстояний от каждой точки которой до точек $A(-3,0)$, $B(0,3)$ и $C(3,0)$ равна 27. Сделать чертеж.

Вариант 10

Составить уравнение кривой, для каждой точки которой расстояния от начала координат и от точки $M(0,5)$ относятся как 3:2. Сделать чертеж.

Задание 7. Дана функция $\rho = \rho(\varphi)$ на отрезке $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Требуется:

- 1) построить график функции в полярной системе координат по точкам, давая φ значения через промежуток $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$;
- 2) найти уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат, начало которой совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс — с полярной осью;
- 3) по полученному уравнению определить, какая это будет линия;
- 4) сделать чертеж.

Вариант 1

$$\rho = \frac{25}{13 - 12 \cos \varphi}$$

Вариант 2

$$\rho = \frac{2}{1 - \sin \varphi}$$

Вариант 3

$$\rho = \frac{1}{3 - 3 \cos \varphi}$$

Вариант 4

$$\rho = \frac{1}{2 + 2 \cos \varphi}$$

Вариант 5

$$\rho = \frac{5}{1 + \sin \varphi}$$

Вариант 6

$$\rho = \frac{4}{2 + 3 \cos \varphi}$$

Вариант 7

$$\rho = \frac{9}{4 - 5 \cos \varphi}$$

Вариант 8

$$\rho = \frac{6}{1 - 2 \cos \varphi}$$

Вариант 9

$$\rho = \frac{4}{\sqrt{5} - \cos \varphi}$$

Вариант 10

$$\rho = \frac{4}{1 + \cos \varphi}$$

Задание 8. Найти область определения функции

Вариант 1

а) $f(x) = \ln\left(\frac{x-4}{x+4}\right)$; б) $f(x) = \operatorname{tg} \frac{2}{3}x$.

Вариант 2

а) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x+3)(x-8)}$; б) $f(x) = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Вариант 3

а) $f(x) = \arcsin \frac{x-4}{5}$; б) $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-16}}$.

Вариант 4

а) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-4}}$; б) $f(x) = \operatorname{tg}(2x-3)$.

Вариант 5

a) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right)$; б) $f(x) = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{x}{2}\right)$.

Вариант 6

a) $f(x) = \arccos \frac{x}{5}$; б) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-9}}$.

Вариант 7

a) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$; б) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{x^2-2x-3}}$.

Вариант 8

a) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2+9}{x^2-9}\right)$; б) $f(x) = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Вариант 9

a) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{5-x}{3x+8}}$; б) $f(x) = \arcsin(2x+1)$.

Вариант 10

a) $f(x) = \sqrt{x^2+5x+6}$; б) $f(x) = \ln\left(\frac{3x+4}{1-x}\right)$.

Задание 9. Найти указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

Вариант 1

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5+7x^4-2x}{5x^2+6x^5-4}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9-x^2}{2x^2+3x-9}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+x^2}{\arcsin^2 3x}$;
 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{9}{x}\right)^{3x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-4x+2}{4+2x^2-5x^3}$; 7) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+5x-3}{x^2-9}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x}-\sqrt{7-x}}{4x}$.

Вариант 2

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4-6x^3+1}{3x^3-4x^2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-2x-1}{4x^2-3x-1}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{7-x}}{3-x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1-\cos 8x}$;
 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{2x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+5x-8}{1-3x-5x^2}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-9x+18}{3x^2-17x+6}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x-x}}{x^2-16}$.

Вариант 3

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+10x}{2x^3-4x^2+7}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5+4x-x^2}{5x^2+3x-2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{9-x}}{x^2-25}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 \frac{x}{2}}{2x^3}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{x}\right)^{2x-1}$;
 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-4x^2-7x^4}{5x^4-6x^3+9x}$; 7) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2+7x-4}{10x-5}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{\sqrt{x^2+25}-5}$.

Вариант 4

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-5x-9x^3}{8+6x-x^3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3-64}{20+3x-2x^2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{7-2x}-\sqrt{5}}{x^2-1}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{1-\cos 6x}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^{-x}$;
 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-5x+2x^3}{5x^4-6x^2+7x}$; 7) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{x^2-2x-15}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-\sqrt{2x}}{\sqrt{6x+4}-4}$.

Вариант 5

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+6-4x^5}{x^4+3x-1}; 2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{20-x-x^2}{2x^2-32}; 3) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-3x^2}{\arcsin^2 2x}; 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{4x-3};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-3x^2+7x^4}{2x^3-4x+9x}; 7) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-x-12}{2x^2-7x-4}; 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-x^2}{\sqrt{1-2x}-\sqrt{1+3x}}.$$

Вариант 6

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x+4}{3x^3-5x+1}; 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{7x-5-2x^2}; 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\operatorname{tg}^2 4x}; 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{5x}\right)^{1-x};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-7x+7x^4}{3x^4+2x^2-5x}; 7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{3x^2+4x-7}; 8) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2}.$$

Вариант 7

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^6-5x^3+2}{8x-x^6+4}; 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3-11x-4x^2}{x^2+2x-3}; 3) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 10x-1}{\sin^2 3x}; 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+3x)^{\frac{2}{x}}; 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-4x^2+2x}{2-3x-4x^3}; 7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-4x+1}{2x^2+5x-7}; 8) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$$

Вариант 8

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^8+5x^2-4x}{3x^2+11x-7}; 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{11x-2-5x^2}{3x^2-x-10}; 3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5-\sqrt{6x+1}}{2x-8}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 6x}{\arctg^2 4x}; 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{10}{x}\right)^{1-3x}; 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3+4x^2-9}{4-3x^2-5x^4}; 7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+8x+12}{3x^2+4x-4}; 8) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}.$$

Вариант 9

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2+3x+9}{1+4x-x^4}; 2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2+4x-1}{2-x-3x^2}; 3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x-16}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 5x}{x \sin 2x}; 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1-5x)^{\frac{1}{3x}}; 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+4x+1}{5x^2-4x+3}; 7) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+5x+3}{x^2-4x-5}; 8) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{\sqrt{x+5}-3}.$$

Вариант 10

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2-x^4}; 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{7x-6-2x^2}; 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-3}{\sqrt{8+x}-3}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin 2x}{1-\cos 12x}; 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{5x}\right)^{2x+3}; 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4-3x^2+5}{7x^4+2x^2+4x}; 7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+6x-16}{3x^2-5x-12}; 8) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4x+5}-\sqrt{30-x}}{5-\sqrt{5x}}.$$

Задание 10. Исследовать функцию $f(x)$ на непрерывность; найти точки разрыва функции и определить их тип.

Вариант 1

$$y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < \pi, \\ x, & x \geq \pi. \end{cases}$$

Вариант 2

$$y = \begin{cases} x+2, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 3

$$y = \begin{cases} x^3, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 3, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Вариант 4

$$y = \begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x < 2, \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 5

$$y = \begin{cases} -3x^2, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

Вариант 6

$$y = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

Вариант 7

$$y = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2x+1, & x > 1. \end{cases}$$

Вариант 8

$$y = \begin{cases} 2x+5, & x < 0, \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 3+\sqrt{x}, & x > 4. \end{cases}$$

Вариант 9

$$y = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ 1+x^2, & 0 < x < 2, \\ x, & x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 10

$$y = \begin{cases} 3x^2 - 1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x+2, & x > 3. \end{cases}$$