1 Производные основных элементарных функций.

1. $(C)' = 0$, где $C = const$
2. $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$, где $\alpha \neq 0$
3. $(a^x)' = a^x \ln a$, где $a > 0$
4. $(e^x)' = e^x$
5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, где $a > 0$
6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
7. $(\sin x)' = \cos x$
8. $(\cos x)' = -\sin x$
9. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
10. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
11. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
14. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

2 Правила дифференцирования

Пусть $f(x)$ и g(x) дифференцируемые функции. Тогда:

1. $(f \pm g)' = f' \pm g'$
2. $(f \cdot g)' = f'g + g'f$
3. $(\frac{f}{g})' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$, где $g \neq 0$

3 Производная сложной функции

Пусть функция $y = f(x)$ имеет производную в точке x_0 , а функция $z = g(y)$ имеет производную в точке $y_0 = f(x_0)$. Тогда сложная функция $z = g(f(x))$ имеет производную в точке x_0 и справедливо равенство $z'(x_0) = g'(y_0) \cdot f'(x_0)$.

$$z'_x = z'_y \cdot y'_x$$

4 Производная обратной функции

Пусть для функции $y = f(x)$ в некоторой окрестности точки $y_0 = f(x_0)$ определена обратная функция $x = f^{-1}(y)$, причем f^{-1} дифференцируема в точке y_0, тогда $(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$.

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

5 Логарифмическая производная

Производная от логарифма функции $y = f(x)$, т.е. $(\ln y)' = y'/y$ называется *логарифмической производной.* Применение логарифмирования часто упрощает взятие производной, а в случае степенно-показательной функции оно необходимо.

$$y' = y \cdot (\ln y)'$$

6 Производная неявно заданной функции

Функция $y = f(x)$ называется *заданной неявно* уравнением $F(x, y) = 0$ на некотором множестве D , если $\forall x \in D, F(x, f(x)) \equiv 0$. Для нахождения производной функции $y = f(x)$ необходимо продифференцировать по x обе части уравнения $F(x, y) = 0$ и затем полученное уравнение разрешить относительно y'.

7 Производная параметрически заданной функции

Пусть заданы функции $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in (\alpha, \beta)$ и пусть на этом интервале функция $x = \varphi(t)$ имеет обратную $t = \varphi^{-1}(x)$. Тогда можно определить функцию $y(x) = \psi(\varphi^{-1}(x))$, которая называется *параметрически заданной.*

$$y'_x = \psi'_t \cdot t'_x = \frac{\psi'_t}{\varphi'_t} = \frac{y'_t}{x'_t}$$